# Data Mining und Maschinelles Lernen

## Lösungsvorschlag für das 2. Übungsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

# Aufgabe 1: Konzepte, Regeln und Hypothesenräume

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben sei ein Beispielraum, der durch $n$ binäre Attribute aufgespannt wird. Hypothesenraum sind alle möglichen Regeln, die sich durch Konjunktionen von Tests der Form *Attribut* = *Wert* ergeben.

a) Wie viele mögliche Konzepte gibt es?

# Aufgabe 1: Konzepte, Regeln und Hypothesenräume

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben sei ein Beispielraum, der durch $n$ binäre Attribute aufgespannt wird. Hypothesenraum sind alle möglichen Regeln, die sich durch Konjunktionen von Tests der Form *Attribut* = *Wert* ergeben.

a) Wie viele mögliche Konzepte gibt es?

**Lösung:** Ein Konzept ist definiert als eine Untermenge aller möglichen Objekte (Folie 2). Bei bool'schen Attributen sind die Objekte boolesche Vektoren. Gehen wir die ersten zwei Fälle $n = 1$ und $n = 2$ durch.

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

Wir betrachten nun die möglichen Werte des Attributs und zählen die Kombinationen auf, ob die Belegungen in einem Konzept enthalten sind oder nicht:

- 1 = im Konzept $C_i$ enthalten
- 0 = nicht enthalten.

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

Wir betrachten nun die möglichen Werte des Attributs und zählen die Kombinationen auf, ob die Belegungen in einem Konzept enthalten sind oder nicht:

- 1 = im Konzept $C_i$ enthalten
- 0 = nicht enthalten.

| Wert von $A_1$ | In $C_1$? | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ |
|---|---|---|---|---|
| false | | | | |
| true | | | | |

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

Wir betrachten nun die möglichen Werte des Attributs und zählen die Kombinationen auf, ob die Belegungen in einem Konzept enthalten sind oder nicht:

- 1 = im Konzept $C_i$ enthalten
- 0 = nicht enthalten.

| Wert von $A_1$ | In $C_1$? | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ |
|---|---|---|---|---|
| false | 1 | | | |
| true | 1 | | | |

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

Wir betrachten nun die möglichen Werte des Attributs und zählen die Kombinationen auf, ob die Belegungen in einem Konzept enthalten sind oder nicht:

- 1 = im Konzept $C_i$ enthalten
- 0 = nicht enthalten.

| Wert von $A_1$ | In $C_1$? | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ |
|---|---|---|---|---|
| false | 1 | 0 | | |
| true | 1 | 0 | | |

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

Wir betrachten nun die möglichen Werte des Attributs und zählen die Kombinationen auf, ob die Belegungen in einem Konzept enthalten sind oder nicht:

- 1 = im Konzept $C_i$ enthalten
- 0 = nicht enthalten.

| Wert von $A_1$ | In $C_1$? | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ |
|---|---|---|---|---|
| false | 1 | 0 | 0 | 1 |
| true | 1 | 0 | 1 | 0 |

# Fall $n = 1$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau ein bool'sches Attribut $A_1$, also zwei mögliche Objekte.

Wir betrachten nun die möglichen Werte des Attributs und zählen die Kombinationen auf, ob die Belegungen in einem Konzept enthalten sind oder nicht:

- 1 = im Konzept $C_i$ enthalten
- 0 = nicht enthalten.

| Wert von $A_1$ | In $C_1$? | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ |
|---|---|---|---|---|
| false | 1 | 0 | 0 | 1 |
| true | 1 | 0 | 1 | 0 |

$n = 1 \rightarrow$ 4 mögliche Konzepte

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

| $A_1$ | $A_2$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| false | false | | | |
| false | true | | | |
| true | false | | | |
| true | true | | | |

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

| $A_1$ | $A_2$ | $C_1$ | | |
|---|---|---|---|---|
| false | false | 0 | | |
| false | true | 0 | | |
| true | false | 0 | | |
| true | true | 0 | | |

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

| $A_1$ | $A_2$ | $C_1$ | $C_2$ | |
|---|---|---|---|---|
| false | false | 0 | 0 | |
| false | true | 0 | 0 | |
| true | false | 0 | 0 | |
| true | true | 0 | 1 | |

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

| $A_1$ | $A_2$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | $C_7$ | $C_8$ | $C_9$ | $C_{10}$ | $C_{11}$ | $C_{12}$ | $C_{13}$ | $C_{14}$ | $C_{15}$ | $C_{16}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| false | false | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| false | true | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| true | false | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| true | true | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

| $A_1$ | $A_2$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | $C_7$ | $C_8$ | $C_9$ | $C_{10}$ | $C_{11}$ | $C_{12}$ | $C_{13}$ | $C_{14}$ | $C_{15}$ | $C_{16}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| false | false | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| false | true | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| true | false | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| true | true | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

$n = 2 \rightarrow 16$ mögliche Konzepte $C_i$

# Fall $n = 2$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es gibt genau zwei bool'sche Attribut $A_1$ und $A_2$, also $2^2 = 4$ mögliche Objekte.

| $A_1$ | $A_2$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | $C_7$ | $C_8$ | $C_9$ | $C_{10}$ | $C_{11}$ | $C_{12}$ | $C_{13}$ | $C_{14}$ | $C_{15}$ | $C_{16}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| false | false | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| false | true | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| true | false | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| true | true | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

$n = 2 \rightarrow$ 16 mögliche Konzepte $C_i$
Hat man $n$ binäre Attribute, so ergeben sich $2^n$ verschiedene mögliche Objekte.

Da jedes Objekt in der Untermenge enthalten oder nicht enthalten sein kann erhält man $2^{2^n}$ mögliche Konzepte.

# Anzahl Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie viele mögliche Regeln gibt es?

# Anzahl Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie viele mögliche Regeln gibt es?

**Lösung:** Ein Attribut kann in einer Regel

- den Wert „false“ oder
- den Wert „true“ annehmen oder
- in der Regel überhaupt nicht vorkommen!

# Anzahl Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie viele mögliche Regeln gibt es?

**Lösung:** Ein Attribut kann in einer Regel

- den Wert „false“ oder
- den Wert „true“ annehmen oder
- in der Regel überhaupt nicht vorkommen!

$\Rightarrow 3^n + 1$ mögliche Regeln.

Dazu kommt noch die Regel mit dem Body ”false” (deswegen +1).

# Anzahl Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie viele mögliche Regeln gibt es?

**Lösung:** Ein Attribut kann in einer Regel

- den Wert „false“ oder
- den Wert „true“ annehmen oder
- in der Regel überhaupt nicht vorkommen!

$\Rightarrow 3^n + 1$ mögliche Regeln.

Dazu kommt noch die Regel mit dem Body ”false” (deswegen +1).
In der Tupel-Notation aus der Vorlesung gibt es für jede Stelle die Möglichkeiten *true*, *false* und *?*, sowie die Theorie, die an allen Stellen $\emptyset$ ist.

# Anzahl Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie viele mögliche Regeln gibt es?

**Lösung:** Ein Attribut kann in einer Regel

- den Wert „false“ oder
- den Wert „true“ annehmen oder
- in der Regel überhaupt nicht vorkommen!

$\Rightarrow 3^n + 1$ mögliche Regeln.

Dazu kommt noch die Regel mit dem Body ”false” (deswegen +1).
In der Tupel-Notation aus der Vorlesung gibt es für jede Stelle die Möglichkeiten *true*, *false* und *?*, sowie die Theorie, die an allen Stellen $\emptyset$ ist.
Diese Lösung setzt allerdings voraus, dass man nur ”sinnvolle” Regeln zulässt.
Wären auch beide Attributwerte innerhalb einer Regel möglich ($Attribut_1$ = *false* AND $Attribut_1$ = *true*), so würde es mehr mögliche Regeln geben.
$\rightarrow$ Es sollte klar definiert sein, was zulässig ist!

# Anzahl Fehler

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

c) Unter der Voraussetzung, daß das zu lernende Konzept im Hypothesenraum darstellbar ist, wie viele Fehler kann der Algorithmus Find-S beim Lernen dieses Konzepts maximal machen?

(**Anm:** *Ein Fehler ist hier ein (Trainings-)Beispiel, das von der momentanen Theorie falsch klassifiziert wird.*)

# Find-S

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

I. $h$ = most specific hypothesis in $H$
(covering no examples)

The hypothesis
`if false then +`

II. for each training example $e$

a) if $e$ is negative

- do nothing

b) if $e$ is positive

- for each condition $c$ in $h$
  - if $c$ does not cover $e$
    - delete $c$ from $h$

Minimal Subset generalization
(other generalizations possible)

III. return $h$

**Note:** when the first positive example is encountered, step II.b) amounts to converting the example into a rule
(The most specific hypothesis can be written as a conjunction of all possible values of each attribute.)

# Anzahl Fehler

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Wenn das zu lernende Konzept im Hypothesenraum enthalten ist, gibt es also eine Hypothese, die konsistent (deckt also keine negativen Beispiele ab) und komplett (deckt also alle positiven Beispiele ab) ist.

# Anzahl Fehler

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Wenn das zu lernende Konzept im Hypothesenraum enthalten ist, gibt es also eine Hypothese, die konsistent (deckt also keine negativen Beispiele ab) und komplett (deckt also alle positiven Beispiele ab) ist.

Der Algorithmus FINDS beginnt mit der **speziellsten Hypothese** (der leeren Menge {}). Auf dem Weg zum Zielkonzept können **keine** negativen Beispiele abgedeckt werden.

# Anzahl Fehler

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Wenn das zu lernende Konzept im Hypothesenraum enthalten ist, gibt es also eine Hypothese, die konsistent (deckt also keine negativen Beispiele ab) und komplett (deckt also alle positiven Beispiele ab) ist.

Der Algorithmus FindS beginnt mit der **speziellsten Hypothese** (der leeren Menge {}). Auf dem Weg zum Zielkonzept können **keine** negativen Beispiele abgedeckt werden.
Da der Algorithmus seine Hypothese nur bei einem positiven Beispiel verändert, kann er während des Lernprozesses **maximal so viele Fehler machen, wie es positive Beispiele gibt**.

# Anzahl Fehler (2)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Mehr positive Beispiele wie Attribute:

# Anzahl Fehler (2)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Mehr positive Beispiele wie Attribute:

- Unterscheiden sich nun die Attributwerte der positiven Beispiele immer **genau an einer Stelle**
- und gibt es mehr positive Beispiele als Attribute in der Trainingsmenge

dann macht der Algorithmus **nur so viele Fehler, wie es Attribute gibt**, da er nach der letzten Änderung bereits die generellste Hypothese gefunden hat. Da er beim ersten Beispiel immer falsch liegt, *kommt noch ein Fehler* hinzu.

# Anzahl Fehler (2)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Mehr positive Beispiele wie Attribute:

- Unterscheiden sich nun die Attributwerte der positiven Beispiele immer **genau an einer Stelle**
- und gibt es mehr positive Beispiele als Attribute in der Trainingsmenge

dann macht der Algorithmus **nur so viele Fehler, wie es Attribute gibt**, da er nach der letzten Änderung bereits die generellste Hypothese gefunden hat. Da er beim ersten Beispiel immer falsch liegt, *kommt noch ein Fehler* hinzu.

**Mögliche Fehler:**
$\Rightarrow min\{|Attribute| + 1, |positiveBeispiele|\}$

# Beispiel 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 1: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der positiven Beispiele

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | | |
| false | true | true | false | + | | |
| true | false | true | false | + | | |
| false | false | false | true | + | | |

# Beispiel 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 1: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der positiven Beispiele

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | {} | - |
| false | true | true | false | + | | |
| true | false | true | false | + | | |
| false | false | false | true | + | | |

# Beispiel 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 1: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der positiven Beispiele

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | {} | - |
| false | true | true | false | + | (false,true,true,false) | ja |
| true | false | true | false | + | | |
| false | false | false | true | + | | |

# Beispiel 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 1: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der positiven Beispiele

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | {} | - |
| false | true | true | false | + | (false,true,true,false) | ja |
| true | false | true | false | + | (?,?,true,false) | ja |
| false | false | false | true | + | | |

# Beispiel 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 1: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der positiven Beispiele

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | {} | - |
| false | true | true | false | + | (false,true,true,false) | ja |
| true | false | true | false | + | (?,?,true,false) | ja |
| false | false | false | true | + | (?,?,?,?) | ja |

# Beispiel 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 1: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der positiven Beispiele

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | {} | - |
| false | true | true | false | + | (false,true,true,false) | ja |
| true | false | true | false | + | (?,?,true,false) | ja |
| false | false | false | true | + | (?,?,?,?) | ja |

$$min\{|Attribute| + 1, |positiveBeispiele|\} = min\{5, 3\} = 3$$

**Der Algorithmus macht hier auch 3 Fehler!**

# Beispiel 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 2: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der Attribute +1

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | {} | - |
| false | false | false | + | | |
| true | false | false | + | | |
| true | true | false | + | | |
| false | false | true | + | | |
| true | true | true | + | | |
| false | true | true | + | | |

# Beispiel 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 2: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der Attribute +1

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | {} | - |
| false | false | false | + | (false,false,false) | ja |
| true | false | false | + | | |
| true | true | false | + | | |
| false | false | true | + | | |
| true | true | true | + | | |
| false | true | true | + | | |

# Beispiel 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 2: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der Attribute +1

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | {} | - |
| false | false | false | + | (false,false,false) | ja |
| true | false | false | + | (?,false,false) | ja |
| true | true | false | + | | |
| false | false | true | + | | |
| true | true | true | + | | |
| false | true | true | + | | |

# Beispiel 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 2: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der Attribute +1

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | {} | - |
| false | false | false | + | (false,false,false) | ja |
| true | false | false | + | (?,false,false) | ja |
| true | true | false | + | (?,?,false) | ja |
| false | false | true | + | | |
| true | true | true | + | | |
| false | true | true | + | | |

# Beispiel 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 2: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der Attribute +1

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | {} | - |
| false | false | false | + | (false,false,false) | ja |
| true | false | false | + | (?,false,false) | ja |
| true | true | false | + | (?,?,false) | ja |
| false | false | true | + | (?,?,?) | ja |
| true | true | true | + | (?,?,?) | nein |
| false | true | true | + | (?,?,?) | nein |

# Beispiel 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fall 2: Der maximale Fehler entspricht der Anzahl der Attribute +1

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | Klasse | Hypothese | Fehler? |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | {} | - |
| false | false | false | + | (false,false,false) | ja |
| true | false | false | + | (?,false,false) | ja |
| true | true | false | + | (?,?,false) | ja |
| false | false | true | + | (?,?,?) | ja |
| true | true | true | + | (?,?,?) | nein |
| false | true | true | + | (?,?,?) | nein |

$$min\{|Attribute| + 1, |positiveBeispiele|\} = min\{4, 6\} = 4$$

# Disjunkte Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

d) Gegeben sei ein Hypothesenraum, der nur *Disjunktionen* von binären Attribut-Wert-Paaren erlaubt. Eine gültige Regel wäre also z.B.
**if** $(att_i = t)$ **or** $(att_j = f)$ **or** $(att_k = f)$ **then** +

Überlegen Sie sich Verallgemeinerungs- und Spezialisierungsvorschriften für diesen Hypothesenraum und geben Sie einen geeigneten Lernalgorithmus an.

# Disjunkte Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

d) Gegeben sei ein Hypothesenraum, der nur *Disjunktionen* von binären Attribut-Wert-Paaren erlaubt. Eine gültige Regel wäre also z.B.
**if** $(att_i = t)$ **or** $(att_j = f)$ **or** $(att_k = f)$ **then** +

Überlegen Sie sich Verallgemeinerungs- und Spezialisierungsvorschriften für diesen Hypothesenraum und geben Sie einen geeigneten Lernalgorithmus an.

**Lösung:**

- Als Verallgemeinerungsvorschrift fügt man Bedingungen hinzu
- Als Spezialisierungsvorschrift entfernt man Bedingungen.

# Disjunkte Regeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

d) Gegeben sei ein Hypothesenraum, der nur *Disjunktionen* von binären Attribut-Wert-Paaren erlaubt. Eine gültige Regel wäre also z.B.
**if** $(att_i = t)$ **or** $(att_j = f)$ **or** $(att_k = f)$ **then** +

Überlegen Sie sich Verallgemeinerungs- und Spezialisierungsvorschriften für diesen Hypothesenraum und geben Sie einen geeigneten Lernalgorithmus an.

**Lösung:**

- Als Verallgemeinerungsvorschrift fügt man Bedingungen hinzu
- Als Spezialisierungsvorschrift entfernt man Bedingungen.

Lernalgorithmen:
Die Rollen der beiden Algorithmen FindS und FindG vertauschen sich damit. Da FINDG Bedingungen hinzufügt (spezialisiert), sollte man zum Lernen den Algorithmus FINDS verwenden. Da die Rollen aber in diesem Hypothesenraum vertauscht sind, ist der geeignete Lernalgorithmus FINDG.

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Sie wollen den Find-S Algorithmus auf numerische Daten anwenden, indem Sie Intervalle definieren.**

a) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie **offene** Intervalle verwenden?

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Sie wollen den Find-S Algorithmus auf numerische Daten anwenden, indem Sie Intervalle definieren.**

a) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie **offene** Intervalle verwenden?

**Lösung:**

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Sie wollen den Find-S Algorithmus auf numerische Daten anwenden, indem Sie Intervalle definieren.**

a) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie **offene** Intervalle verwenden?

**Lösung:**

- Generellstes Element: $(-\infty, \infty)$

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Sie wollen den Find-S Algorithmus auf numerische Daten anwenden, indem Sie Intervalle definieren.**

a) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie **offene** Intervalle verwenden?

**Lösung:**

- Generellstes Element: $(-\infty, \infty)$
- Spezifischstes Element: $(x, x) = \{\}$ mit $x \in \Re$

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie geschlossene Intervalle verwenden?

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie geschlossene Intervalle verwenden?

**Lösung:**
Es gibt **kein** eindeutiges spezifischstes und auch **kein** generellstes Element.

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

b) Wie sieht das spezifischste und generellste Element der Sprache aus, wenn Sie geschlossene Intervalle verwenden?

**Lösung:**
Es gibt **kein** eindeutiges spezifischstes und auch **kein** generellstes Element.

$\rightarrow$ Hier muss man sich virtuelle Elemente vorstellen, die einerseits der leeren Menge entsprechen und andererseits alle möglichen Werte abdecken.

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

c) Finden Sie eine passende Generalisierungsvorschrift und simulieren den Algorithmus Find-S auf folgenden Beispielen:

| A1 | Klasse |
|---|---|
| 0.5 | − |
| 1.0 | + |
| 2.1 | − |
| 0.8 | − |
| 1.5 | + |
| 1.8 | + |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Als Intervall verwenden wir **geschlossene Intervalle**.
Als Generalisierungsvorschrift verwenden wir die **Aktualisierung (Erweiterung) einer der beiden Intervallgrenzen** (abhängig vom Wert des Beispiels).

| **A1** | **Klasse** | Hyp $S_0 = \{\}$ |
|---|---|---|
| 0.5 | – | $\{\}$ (IIa) |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Als Intervall verwenden wir **geschlossene Intervalle**.
Als Generalisierungsvorschrift verwenden wir die **Aktualisierung (Erweiterung) einer der beiden Intervallgrenzen** (abhängig vom Wert des Beispiels).

| **A1** | **Klasse** | Hyp $S_0 = \{\}$ |
|---|---|---|
| 0.5 | − | $\{\}$ (IIa) |
| 1.0 | + | [1.0, 1.0] (IIb, siehe Note!) |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Als Intervall verwenden wir **geschlossene Intervalle**.
Als Generalisierungsvorschrift verwenden wir die **Aktualisierung (Erweiterung) einer der beiden Intervallgrenzen** (abhängig vom Wert des Beispiels).

| **A1** | **Klasse** | Hyp $S_0 = \{\}$ |
|---|---|---|
| 0.5 | − | $\{\}$ (IIa) |
| 1.0 | + | [1.0, 1.0] (IIb, siehe Note!) |
| 2.1 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 0.8 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Als Intervall verwenden wir **geschlossene Intervalle**.
Als Generalisierungsvorschrift verwenden wir die **Aktualisierung (Erweiterung) einer der beiden Intervallgrenzen** (abhängig vom Wert des Beispiels).

| **A1** | **Klasse** | Hyp $S_0 = \{\}$ |
|---|---|---|
| 0.5 | − | $\{\}$ (IIa) |
| 1.0 | + | [1.0, 1.0] (IIb, siehe Note!) |
| 2.1 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 0.8 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 1.5 | + | [1.0, 1.5] (IIb) |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Als Intervall verwenden wir **geschlossene Intervalle**.
Als Generalisierungsvorschrift verwenden wir die **Aktualisierung (Erweiterung) einer der beiden Intervallgrenzen** (abhängig vom Wert des Beispiels).

| **A1** | **Klasse** | Hyp $S_0 = \{\}$ |
|---|---|---|
| 0.5 | − | $\{\}$ (IIa) |
| 1.0 | + | [1.0, 1.0] (IIb, siehe Note!) |
| 2.1 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 0.8 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 1.5 | + | [1.0, 1.5] (IIb) |
| 1.8 | + | [1.0, 1.8] (IIb) |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

**Lösung:** Als Intervall verwenden wir **geschlossene Intervalle**.
Als Generalisierungsvorschrift verwenden wir die **Aktualisierung (Erweiterung) einer der beiden Intervallgrenzen** (abhängig vom Wert des Beispiels).

| **A1** | **Klasse** | Hyp $S_0 = \{\}$ |
|---|---|---|
| 0.5 | − | $\{\}$ (IIa) |
| 1.0 | + | [1.0, 1.0] (IIb, siehe Note!) |
| 2.1 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 0.8 | − | [1.0, 1.0] (IIa) |
| 1.5 | + | [1.0, 1.5] (IIb) |
| 1.8 | + | [1.0, 1.8] (IIb) |

# FindGSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

I. $h$ = most general hypothesis in $H$ (covering all examples)
II. $G = \{ h \}$
III. for each training example $e$
  a) if $e$ is positive
    - remove all $h \in G$ that do not cover $e$
  b) if $e$ is negative
    - for all hypotheses $h \in G$ that cover $e$
      - $G = G \setminus \{h\}$
      - for every condition $c$ in $e$ that is not part of $h$
        - for all conditions $c'$ that negate $c$
          - $h' = h \cup \{c'\}$
          - if $h'$ covers all previous positive examples
            - $G = G \cup \{h'\}$
IV. return $G$

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ (generellstes Intervall) |
|---|---|

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** | **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ | (generellstes Intervall) |
|---|---|---|---|
| 0.5 | $-$ | $G_1 = (-\infty; 0.5), (0.5; \infty)$ | spalte das Intervall auf |

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** | **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ | (generellstes Intervall) |
|---|---|---|---|
| 0.5 | $-$ | $G_1 = (-\infty; 0.5), (0.5; \infty)$ | spalte das Intervall auf |
| 1.0 | $+$ | $G_2 = (0.5, \infty)$ | entferne $(-\infty, 0.5)$, da das positive Beispiel nicht abgedeckt ist ($1.0 \notin (-\infty, 0.5)$) |

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** | **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ | (generellstes Intervall) |
|---|---|---|---|
| 0.5 | $-$ | $G_1 = (-\infty; 0.5), (0.5; \infty)$ | spalte das Intervall auf |
| 1.0 | $+$ | $G_2 = (0.5, \infty)$ | entferne $(-\infty, 0.5)$, da das positive Beispiel nicht abgedeckt ist ($1.0 \notin (-\infty, 0.5)$) |
| 2.1 | $-$ | $G_3 = (0.5, 2.1)$ | 1. aufspalten: $(0.5, 2.1)$, $(2.1, \infty)$ |

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** | **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ | (generellstes Intervall) |
|---|---|---|---|
| 0.5 | $-$ | $G_1 = (-\infty; 0.5), (0.5; \infty)$ | spalte das Intervall auf |
| 1.0 | $+$ | $G_2 = (0.5, \infty)$ | entferne $(-\infty, 0.5)$, da das positive Beispiel nicht abgedeckt ist ($1.0 \notin (-\infty, 0.5)$) |
| 2.1 | $-$ | $G_3 = (0.5, 2.1)$ | 1. aufspalten: $(0.5, 2.1)$, $(2.1, \infty)$<br>2. nur die hinzufügen, die alle vorigen positiven Beispiele abdecken (letzter Schritt des Algorithmus), da $1.0 \notin (2.1, \infty)$ nur $(0.5, 2.1)$ |

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** | **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ | (generellstes Intervall) |
|---|---|---|---|
| 0.5 | $-$ | $G_1 = (-\infty; 0.5), (0.5; \infty)$ | spalte das Intervall auf |
| 1.0 | $+$ | $G_2 = (0.5, \infty)$ | entferne $(-\infty, 0.5)$, da das positive Beispiel nicht abgedeckt ist ($1.0 \notin (-\infty, 0.5)$) |
| 2.1 | $-$ | $G_3 = (0.5, 2.1)$ | 1. aufspalten: $(0.5, 2.1), (2.1, \infty)$<br>2. nur die hinzufügen, die alle vorigen positiven Beispiele abdecken (letzter Schritt des Algorithmus), da $1.0 \notin (2.1, \infty)$ nur $(0.5, 2.1)$ |
| 0.8 | $-$ | $G_4 = (0.8, 2.1)$ | 1. aufspalten: $(0.5, 0.8), (0.8, 2.1)$<br>2. $(0.5, 0.8)$ entfernen, da $1.0 \notin (0.5, 0.8)$ |

d) Finden Sie eine passende Spezialisierungsvorschrift und simulieren Sie den Algorithmus Find-GSet auf denselben Beispielen.

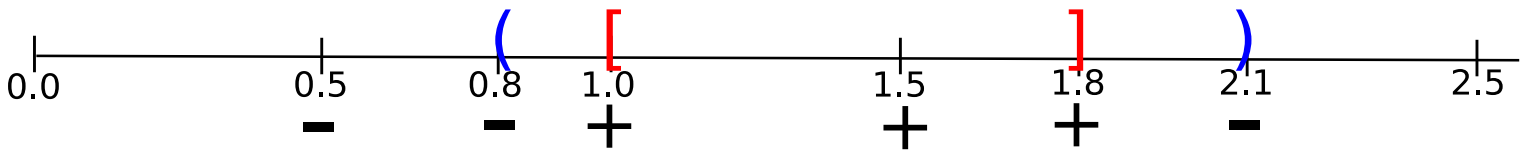
$\rightarrow$ Als Intervall verwenden wir **offene Intervalle**. Als Spezialisierungsvorschrift verwenden wir eine **Aufspaltung des aktuellen Intervalls** in ein linkes und ein rechtes Intervall.

| **A1** | **Klasse** | Hyp $G_0 = (-\infty, \infty)$ | (generellstes Intervall) |
|---|---|---|---|
| 0.5 | $-$ | $G_1 = (-\infty; 0.5), (0.5; \infty)$ | spalte das Intervall auf |
| 1.0 | + | $G_2 = (0.5, \infty)$ | entferne $(-\infty, 0.5)$, da das positive Beispiel nicht abgedeckt ist ($1.0 \notin (-\infty, 0.5)$) |
| 2.1 | $-$ | $G_3 = (0.5, 2.1)$ | 1. aufspalten: $(0.5, 2.1), (2.1, \infty)$<br>2. nur die hinzufügen, die alle vorigen positiven Beispiele abdecken (letzter Schritt des Algorithmus), da $1.0 \notin (2.1, \infty)$ nur $(0.5, 2.1)$ |
| 0.8 | $-$ | $G_4 = (0.8, 2.1)$ | 1. aufspalten: $(0.5, 0.8), (0.8, 2.1)$<br>2. $(0.5, 0.8)$ entfernen, da $1.0 \notin (0.5, 0.8)$ |
| 1.5 | + | nichts passiert | |
| 1.8 | + | nichts passiert | |

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

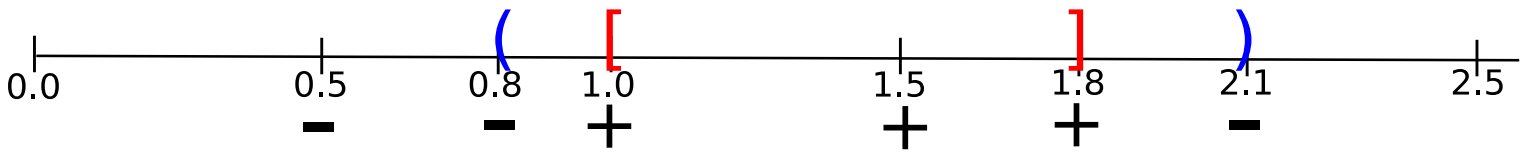
e) Skizzieren Sie beide Lösungen und vergleichen Sie die Allgemeinheit.



# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

e) Skizzieren Sie beide Lösungen und vergleichen Sie die Allgemeinheit.

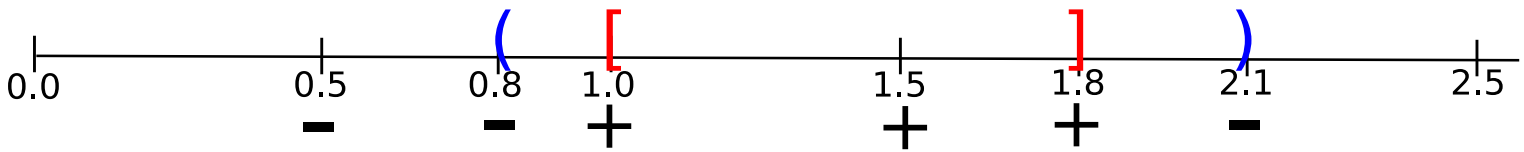



**Lösung:** Das Ergebnis von FINDS ist die speziellste vollständige und konsistente Theorie (die Theorie, die gerade noch kein positives Beispiel ausschließt). In der Grafik ist diese durch das rot markierte, geschlossene Intervall gekennzeichnet.

# Aufgabe 2: Find-S und Find-GSet

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

e) Skizzieren Sie beide Lösungen und vergleichen Sie die Allgemeinheit.




**Lösung:** Das Ergebnis von FINDS ist die speziellste vollständige und konsistente Theorie (die Theorie, die gerade noch kein positives Beispiel ausschließt). In der Grafik ist diese durch das rot markierte, geschlossene Intervall gekennzeichnet.

Das Ergebnis von FINDGSET ist die allgemeinste vollständige und konsistente Theorie (die Theorie, die gerade noch kein negatives Beispiel einschließt), welche in der Grafik durch das blau markierte, offene Intervall repräsentiert ist.