



Kapitel 23: Voting

Networks, Crowds, and Markets

- Voting allgemein
- Individuelle Präferenzen
- Voting Systeme
- Arrow's Impossibility Theorem
- Informationssammlung
- Jury Entscheidungen und Einstimmigkeits-Regel
- Sequenzielles Voting



- Eine **Abstimmung** dient der gemeinschaftlichen Willenserklärung einer Versammlung oder einer Personengruppe über eingebrachte Vorschläge. Sie dient der Entscheidungsfindung und Beschlussfassung.

Quelle: Wikipedia



- Voting Systeme bedienen sich wie Märkte einer Informationsansammlung über eine Gruppe
- keine klare Trennung zwischen Märkten und Voting Systemen möglich



- Unterschiede:
 - Voting, um eine Entscheidung innerhalb einer Gruppe zu fällen, für welche diese spricht
 - resultierende Entscheidung steht für die Gruppe
 - Märkte stellen Meinungen der Gruppe indirekter dar
 - wie viel investieren/bieten, kaufen oder nicht
 - Ziel der Märkte: diese Transaktionen zu ermöglichen



- Unterschiede:
 - Angebote in Märkten meist in Zahlen ausgedrückt (gewichteter Durchschnitt, andere Maßstäbe)
 - Hauptanwendung von Voting, wenn kein natürlicher Weg des Mittels von Präferenzen möglich
 - Voting Theorie: hauptsächlich der Versuch Präferenzen bezüglich Mangels an Mittelung zu kombinieren



- einige Methoden, um Gruppenentscheidungen zu fällen:
 - unterschiedliche Prozesse, sowie Resultate
 - einzelner „Gewinner“ bestimmen oder Rangliste erstellen
 - Rangliste: z.B. beste Alben aller Zeiten, durch Kombination der Meinungen über verschiedene Kriterien



- Voting oft in Situationen, in denen Voter aufgrund Abweichungen ihrer subjektiven Beurteilungen nicht übereinstimmen
- oder beim Fehlen von Informationen, wenn die Gruppe ansonsten einer Meinung wäre (z.B. Gerichtsverfahren)
- weiteres Beispiel: Amazon → Rangliste an Empfehlungen oder einzelne Empfehlung



- Zweck von Voting Systemen:
 - Personengruppe evaluiert mögliche Alternativen
 - Erzeugung von einer Gruppen-Rangliste (Alternativen geordnet vom Besten zum Schlechtesten)
 - reflektiert die Meinung der Gruppe



- Meinung jedes einzelnen Gruppenmitglieds
 - Entscheidung zwischen zwei Alternativen treffen
 - Einzelperson i bevorzugt X vor Y : $X \succ_i Y$



- Präferenzeigenschaften:
 - Vollständigkeit
 - jede Präferenz der Person ist vollständig
 - Bevorzugung von X vor Y
 - oder von Y vor X
 - jedoch nicht beides!
 - Transitivität
 - Person bevorzugt X vor Y und Y vor Z
 - dann auch X vor Z



- **Präferenz** ist eine Aussage eines Spielers, welche von zwei Alternativen a und b er bevorzugt.
- Eine **Präferenzrelation** ist eine Rangierung von Alternativen, so dass die bevorzugte Alternative ausgewählt wird.
- Individuelle Rangfolge
 - alternatives Modell: vollständige Rangliste aller Alternativen (vom Besten zum Schlechtesten)
 - Präferenzrelation entsteht durch Rangliste
 - Vollständigkeit aufgrund von geordneten alternativen Paaren
 - sowie Transitivität



- allgemein: Voting System (Summierungsprozedur) = jede beliebige Methode, die vollständige und transitive individuelle Präferenzrelationen sammelt und eine Gruppen-Rangfolge erzeugt



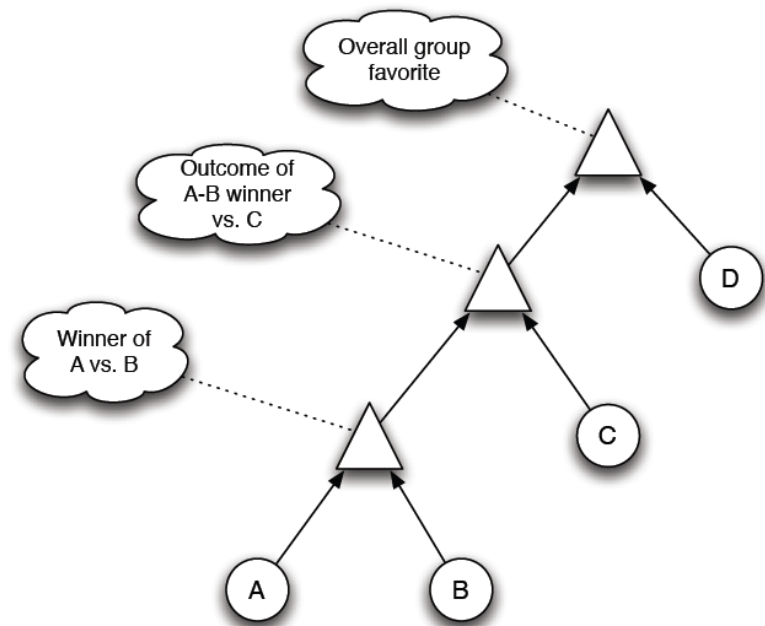
- wenn nur zwei Alternativen vorhanden → Majority Rule
- Alternative, welche von Mehrheit der Voter bevorzugt wird, als erste Wahl einordnen
- andere Alternative automatisch an zweiter Stelle



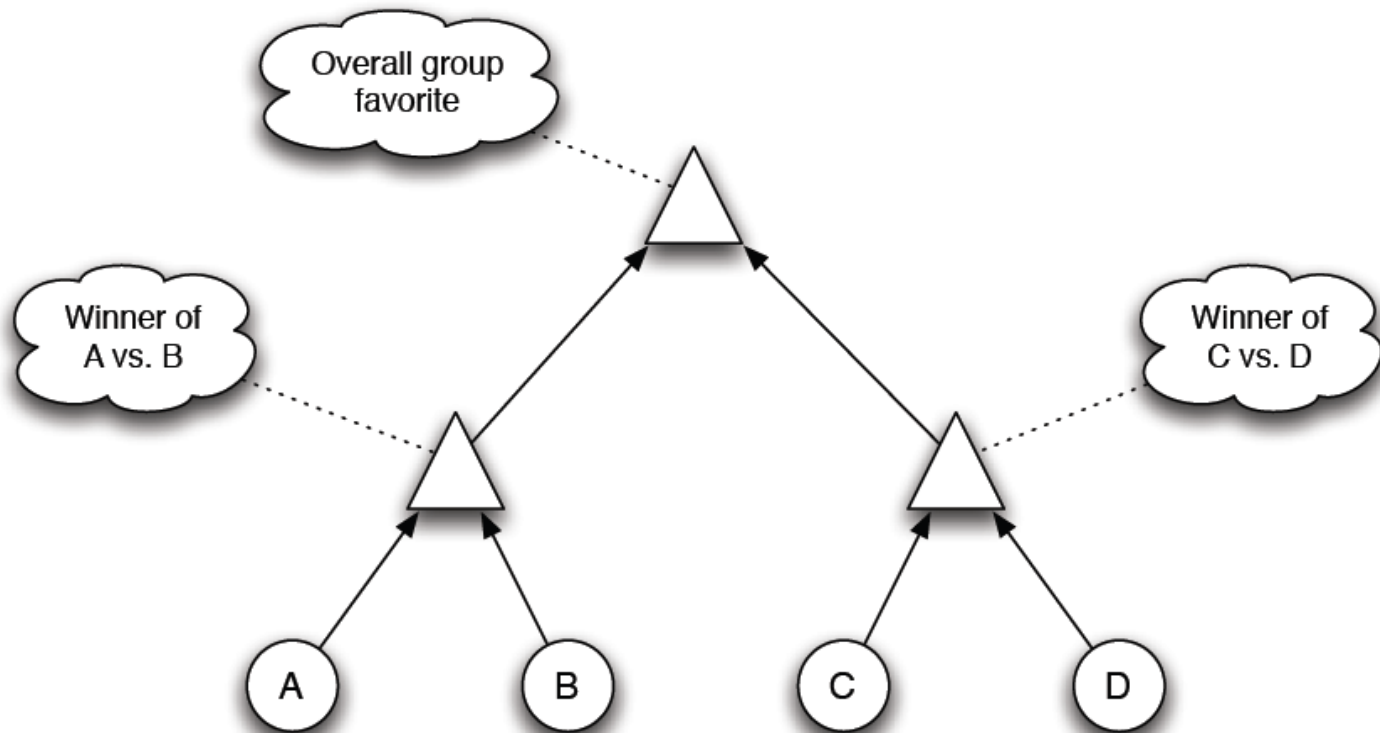
- Designversuch: Voting System basierend auf Majority Rule mit mehr als zwei Alternativen
 - individual 1's ranking is $X \succ_1 Y \succ_1 Z$,
 - individual 2's ranking is $Y \succ_2 Z \succ_2 X$,
 - individual 3's ranking is $Z \succ_3 X \succ_3 Y$.
 - Gruppenpräferenzen: $X \succ Y$, $Y \succ Z$ und $Z \succ X$
 - keine Transitivität!
 - *Condorcet Paradox*



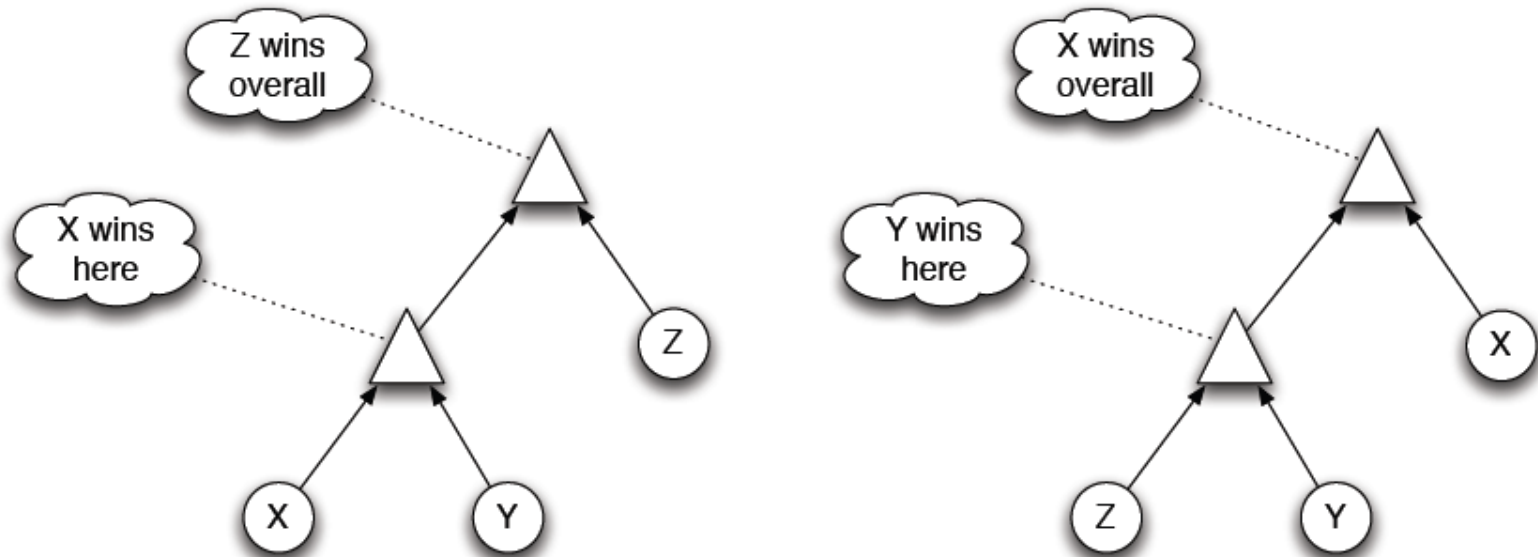
- verschiedene Methoden, um Alternative mit Top-Platzierung zu finden
→ „Gruppenfavorit“
- zwei Alternativen vergleichen
- Gewinner dieses Votings bestimmen
- Gewinner mit nächster Alternative vergleichen
- usw.



- weitere Möglichkeit



- *Condorcet Paradox* – Beispiel von Folie 15



→ Beeinflussung des Gewinners möglich



- Gruppen-Rangfolge direkt aus den einzelnen Rangfolgen
 - Alternativen der Position nach gewichtet
 - Alternativen dann nach Gewichtungen geordnet



- Borda Count (Einzelgewinner ermitteln):
 - jede Alternative erhält Gewichtung von Person i
 - Gewichtung = Anzahl der nachfolgenden Alternativen in Rangliste
 - Gesamtgewicht für jede Alternative = Summe der Gewichtungen von allen Personen i
 - Ordnen nach Gesamtgewicht



- Borda Count Beispiel:

- zwei Voter, zwei Rangfolgen $A \succ_1 B \succ_1 C \succ_1 D$

- und $B \succ_2 C \succ_2 A \succ_2 D$

- Gewichtungen:

- $A = 3 + 1 = 4$

- $B = 2 + 3 = 5$

- $C = 1 + 2 = 3$

- $D = 0 + 0 = 0$

→ Gruppen-Rangfolge: $B \succ A \succ C \succ D$



- Beispiel

- drei Kritiker wählen $Citizen\ Kane \succ_i The\ Godfather \succ_i Pulp\ Fiction$
- ehrliche Rangfolge zwei weiterer Kritiker wäre

$The\ Godfather \succ_i Citizen\ Kane \succ_i Pulp\ Fiction$

→ $Citizen\ Kane = 3 * 2 + 2 * 1 = 8$ und $The\ Godfather = 3 * 1 + 2 * 2 = 7$



- doch unehrliche Rangfolge der zwei Kritiker

The Godfather \succ_i *Pulp Fiction* \succ_i *Citizen Kane*

führt zu: *Citizen Kane* = $3 * 2 + 2 * 0 = 6$ und *The Godfather* = $3 * 1 + 2 * 2 = 7$

→ Beeinflussung möglich!



- zwei Eigenschaft, die ein Voting System ausmachen
 - Einstimmigkeit (= Pareto Prinzip):
 - für jede Rangliste der einzelnen Personen gilt $X \succ_i Y$
 - dann auch insgesamt als Gruppen-Rangliste $X \succ Y$
 - Independence of Irrelevant Alternatives (IIA):
 - Gruppen-Rangliste: $X \succ Y$
 - durch Hinzufügen einer weiteren Alternative Z gilt weiterhin $X \succ Y$



- Voting System für mehr als drei Alternativen, das diese zwei Eigenschaften erfüllt: **Dictatorship**
 - eine ausgewählte Person als Diktator
 - zwei Fälle:
 - jede Person bevorzugt X (vor Y)
 - dann auch der Diktator
 - Gruppen-Rangfolge nur von Diktator-Rangfolge und nicht von Einordnung der dritten Alternative Z abhängig

→ *Arrow's Theorem: „If there are at least three alternatives, then any voting system that satisfies both Unanimity and IIA must correspond to dictatorship by one individual.“*



- zwei Alternativen X und Y
- Prior Probability, dass X die erste Wahl ist = $\frac{1}{2}$
 - X und Y sind gleichgewichtet
- unabhängig, geheimes/persönliches Signal, ob X oder Y besser
 - Wert $q > \frac{1}{2}$
 - $\Pr[X\text{-signal is observed} \mid X \text{ is best}] = q$
 - $\Pr[Y\text{-signal is observed} \mid Y \text{ is best}] = q$
- Voter sehen Entscheidungen der anderen nicht



- gesucht: $\Pr[X \text{ is best} \mid X\text{-signal is observed}]$

- Satz von Bayes

$$\Pr[X \text{ is best} \mid X\text{-signal is observed}] = \frac{\Pr[X \text{ is best}] \cdot \Pr[X\text{-signal is observed} \mid X \text{ is best}]}{\Pr[X\text{-signal is observed}]}$$

$$\begin{aligned}\Pr[X\text{-signal is observed}] &= \Pr[X \text{ is best}] \cdot \Pr[X\text{-signal is observed} \mid X \text{ is best}] + \\ &\quad \Pr[Y \text{ is best}] \cdot \Pr[X\text{-signal is observed} \mid Y \text{ is best}] \\ &= \frac{1}{2} \cdot q + \frac{1}{2}(1 - q) = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

$$\Pr[X \text{ is best} \mid X\text{-signal is observed}] = \frac{(1/2)q}{1/2} = q.$$

→ Voter favorisiert Alternative, welche das Signal bestärkt



- Urne mit 10 Murmeln
- 50% Chance, dass 10 weiße Murmeln in der Urne → *pur*
- 50% Chance, dass 9 grüne und 1 weiße Murmel in der Urne → *gemischt*
- drei Personen, die nacheinander eine Murmel ziehen und Inhalt unabhängig voneinander schätzen sollen (mit Zurücklegen)
- per Majority Gruppenentscheidung treffen
 - Gruppenentscheidung korrekt → gewonnen
- letzte Person bei ehrlichen Voten: *pur* bei weißer, *gemischt* bei grüner Murmel



- jedoch Ziel der letzten Person: Chance maximieren, dass Majority die richtige Antwort erzeugt
 - Ergebnis beeinflussbar, wenn eine Person *pur*, die andere *gemischt* wählte
 - Urne muss also *gemischt* sein!
 - demnach unaufrichtiges Voting für *gemischt*
- letzte Person manipuliert Gruppenentscheidung durch strategisches Voting



- **Einstimmigkeits-Regel:** Demokratisches Abstimmungsverfahren, bei dem eine Alternative nur dann als beschlossen gilt, wenn alle Teilnehmer der Abstimmung ihr zustimmen.



- Beispiel:
 - Angeklagter ist zu verurteilen, wenn er schuldig ist, und bei Unschuld freizusprechen
 - Geschworenen interpretieren unterschiedlich
 - persönliche Intuitionen und Art der Entscheidungsfällung/-findung
 - persönliche Signale repräsentieren eigene Interpretationen der wahrgenommenen Informationen
 - aber auch beeinflusst durch Wissen der Signale anderer (z.B. Informationen, die andere gleich oder anders interpretierten)



- Beeinflussung des Ergebnisses nur möglich, wenn alle andere gegensätzlicher Meinung sind
 - ehrliche Meinung/Urteilung vorausgesetzt, sowie alle Personen gleich gut informiert
 - andere im Recht



- Annahme: aufrichtiges, jedoch aufeinander folgendes Voting
 - Voter können Wahl der vorangegangenen Person wahrnehmen
 - können sich entscheiden, eigene Signale zu ignorieren
 - wenn Chance vorhanden nun bessere Alternative zu wählen
- wählen unter jeglicher Beeinflussung die Alternative, die mit höherer Wahrscheinlichkeit korrekt sein wird



Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit.

