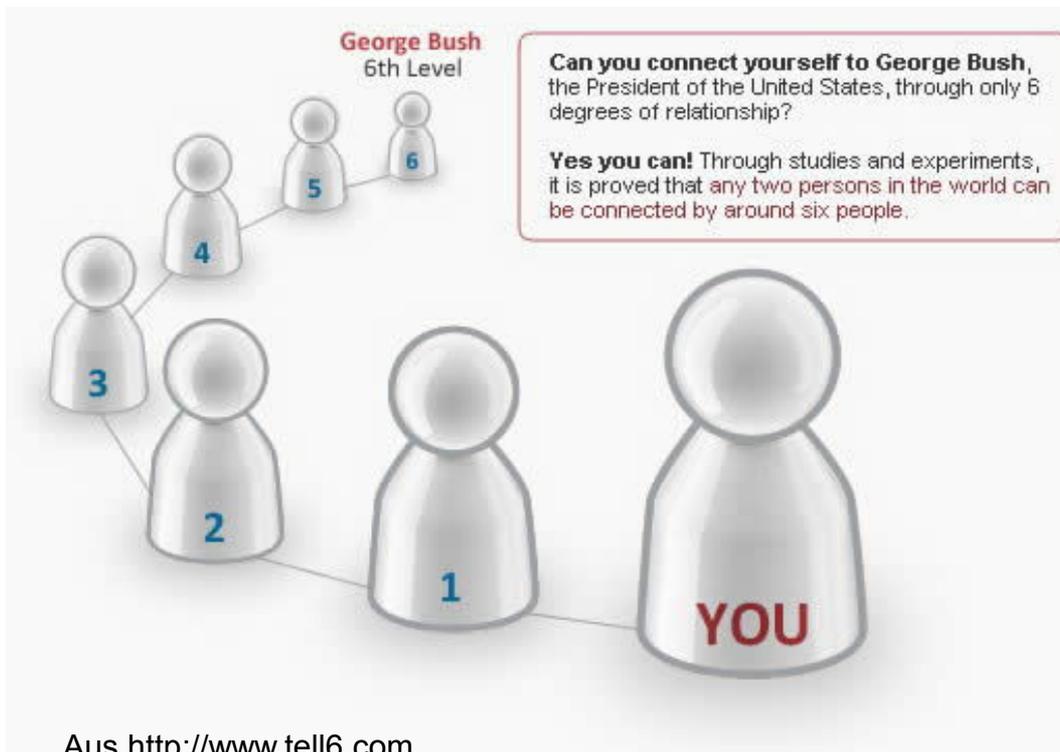
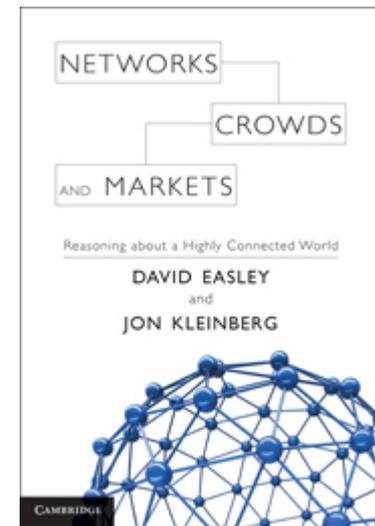




Das Small World Phänomen



Aus <http://www.tell6.com>



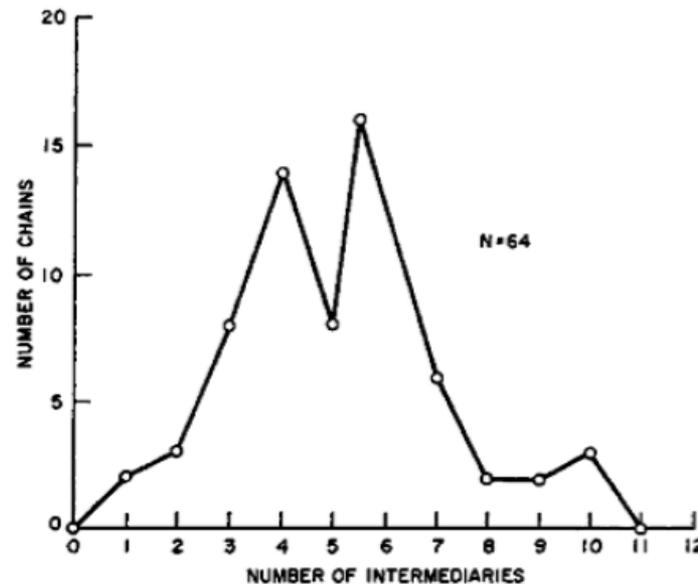
Das Experiment

- Durchgeführt von Stanley Milgram im Jahr 1969 [7]
- 296 Briefe an „zufällig“ ausgewählte Personen in Nebraska und Boston
- Briefe sollten an einen Broker in Boston weitergeleitet werden
 - Nicht direkt, sondern über Freunde oder gute Bekannte
 - Mit so wenig Schritten wie möglich
 - Name, Adresse und einige weitere Informationen über Zielperson bekannt



Das Ergebnis

- 64 von 296 Briefen gelangten tatsächlich ans Ziel
- Verteilung der Anzahl der Schritte:



→ „Six Degrees of Separation“



Was ist das Erstaunliche?

- Es existieren kurze Pfade zwischen zwei nahezu beliebigen Menschen ...
- ... und Sie können ohne zentrale Suche gefunden werden!



- Das Small-World Phänomen
- **Existenz kurzer Pfade zwischen beliebigen Knoten**
 - **Das Watts-Strogatz Modell**
- Dezentrale Pfadsuche
- Reale strukturelle Eigenschaften sozialer Netze



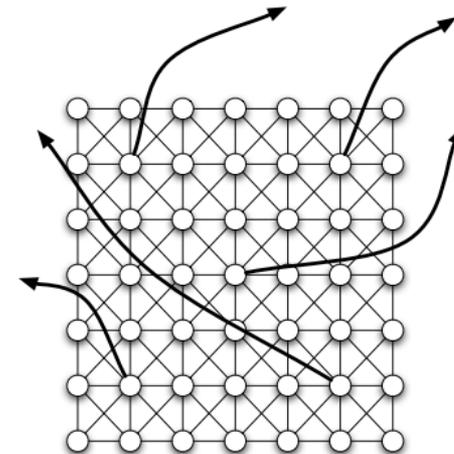
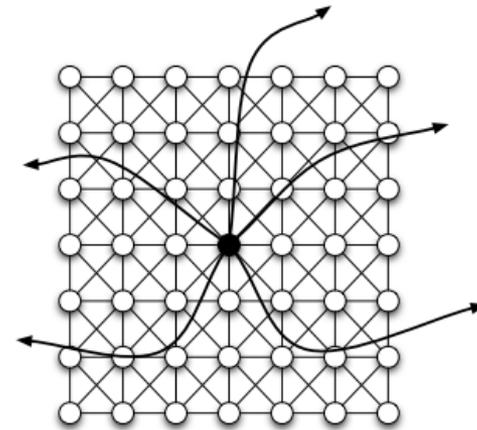
Das Watts-Strogatz Modell

- Einfaches Netzwerk-Modell, das Beobachtungen zum Aufbau von sozialen Netzen beachtet (→ Strong & Weak Ties)
- Erinnerung:
 - Strong Ties vor allem zwischen „engen“ Freunden. Führt zu hoher Clusterung (Triadic Closure)
 - Weak Ties zwischen „entfernten“ Freunden zur Überbrückung größerer sozialer Distanzen
- Watts-Strogatz Modell [9]:
 - Knoten entlang eines Gitters ausgerichtet
 - Kanten zwischen benachbarten Knoten
 - Zusätzlich zufällige Kanten



Die zufälligen Kanten

- Verschiedene Varianten
 - Jeder Knoten hat eine bestimmte Anzahl Kanten zu zufällig ausgewählten Knoten
 - Jeder Knoten hat mit gewisser Wahrscheinlichkeit eine Kante zu einem zufällig ausgewählten Knoten
- Beide Varianten ermöglichen kurze Pfade zwischen beliebigen Knoten
- → Kurze Pfade durch eine Prise Zufall



- Das Small-World Phänomen
- Existenz kurzer Pfade zwischen beliebigen Knoten
- **Dezentrale Pfadsuche**
 - **Modell für die Pfadsuche**
 - **Inverse-Square Network**
- Reale strukturelle Eigenschaften sozialer Netze



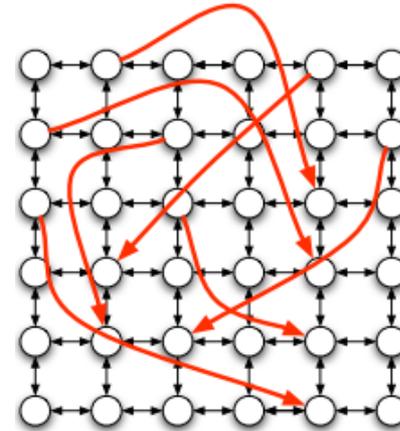
- Wie wird in einem Netzwerk dezentral ein Pfad gesucht?
 - Dezentral: Nur mit lokalen Informationen
- Einfaches Modell: Nachricht wird an Nachbarn weitergeleitet, der am nächsten zum Ziel ist
 - Zuerst werden weitreichende zufällige Kanten genutzt (weak ties)
 - Vor allem in den letzten Schritten kommen die strong ties ins Spiel
- Im Watts-Strogatz-Modell können die kurzen Pfade so aber nicht gefunden werden!
 - Problem: Annahme, dass Wahrscheinlichkeit einer Kante zwischen zwei Knoten gleichverteilt ist
 - Verschiedene Entfernungen können nicht zielsicher überbrückt werden



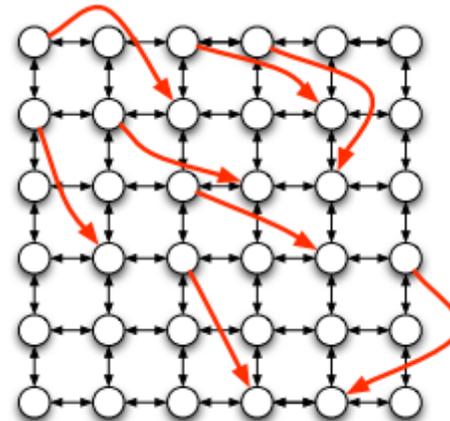
Inverse-Square Network

- Jeder Knoten u hat eine Kante zu Knoten v mit Wahrscheinlichkeit proportional zu $d(u,v)^{-q}$
 - $d(u,v)$ = Entfernung von u zu v
 - q = „Clustering Exponent“
- Optimaler Exponent $q = 2$ [4]

Die Wahrscheinlichkeit einer Kante zu einem der Knoten, dessen Entfernung zu u in einer bestimmten Größenordnung d liegt, ist **unabhängig** von d



kleines q



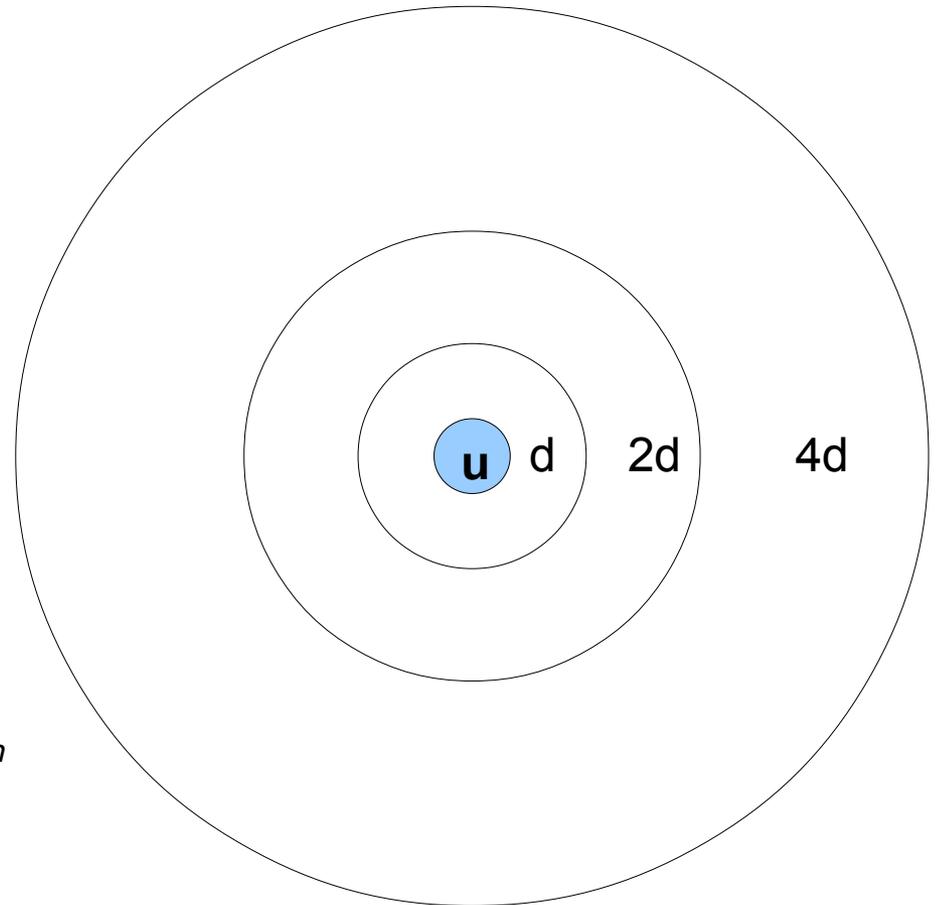
großes q



Optimaler Exponent = 2

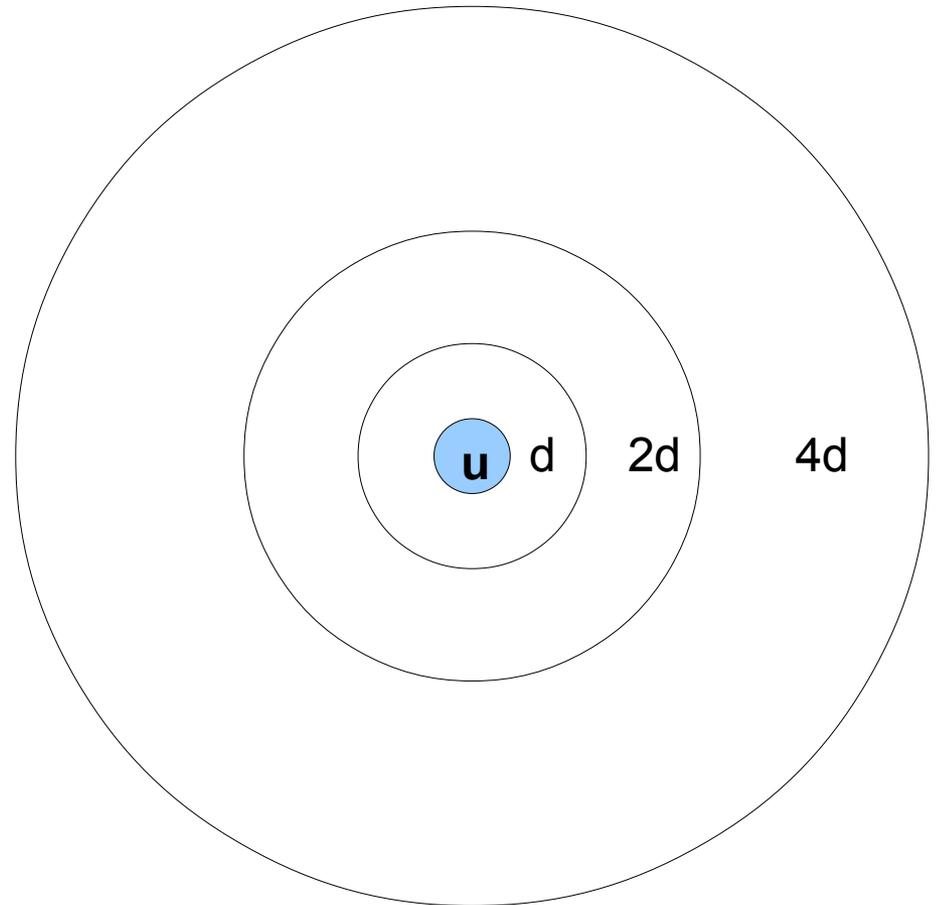
„Die Wahrscheinlichkeit einer Kante zu einem der Knoten, deren Entfernung zu u in einer bestimmten Größenordnung d liegt, ist **unabhängig** von d^n “

- Beweisidee:
 - Fixiere Knoten u und eine Entfernung d
 - Unterteile Knoten im Raum durch Kreise mit Radius $d \cdot 2^n$ um u



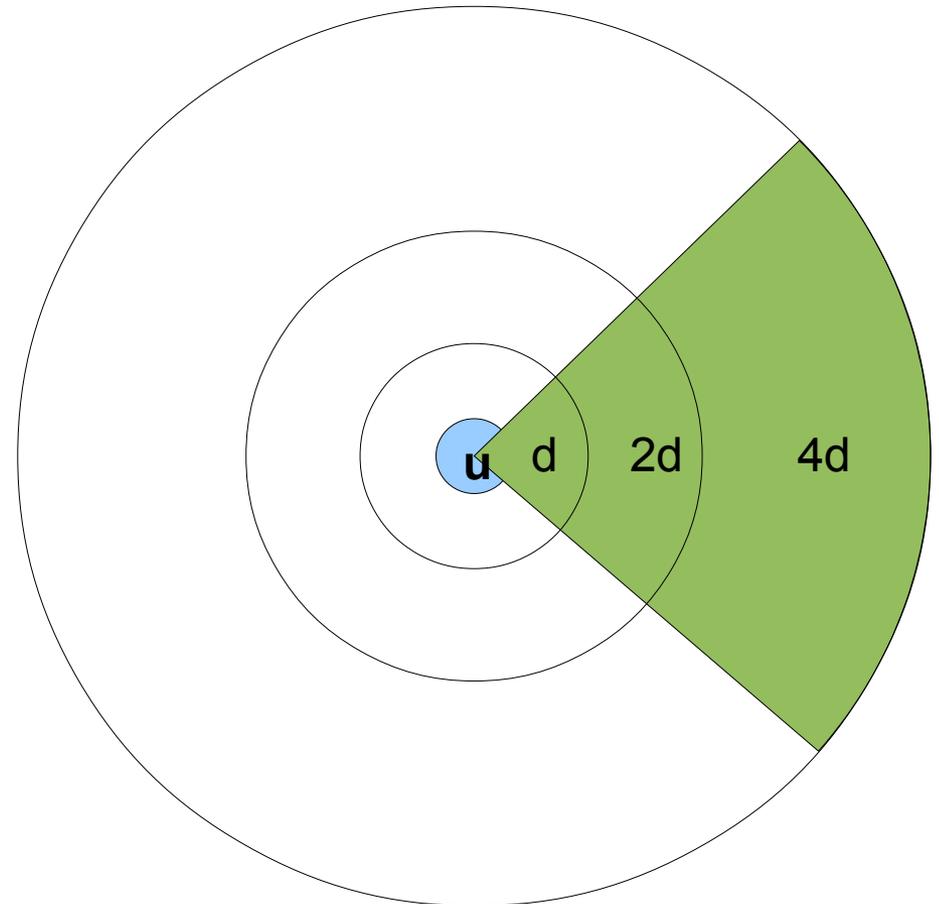
Optimaler Exponent = 2

- Jeder Ring mit Radius r hat ungefähr r^2 Knoten
- Jeder Knoten im Ring hat ungefähr Entfernung r zu u
→ Wahrscheinlichkeit einer Kante $\sim r^{-2}$
- Wahrscheinlichkeit von Kante zu irgendeinem Knoten im Ring $\sim r^2 * r^{-2} = \text{konstant}$
→ hängt nicht von r ab!



Optimaler Exponent = 2

- Die Wahrscheinlichkeit ist auch konstant, wenn man nur Ausschnitte der Ringe betrachtet
- Somit ist ein zielgerichtetes Weiterleiten der Nachricht mit hoher Wahrscheinlichkeit möglich



- Genauerer Beweis im Advanced Material



- Das Small-World Phänomen
- Existenz kurzer Pfade zwischen beliebigen Knoten
- Dezentrale Pfadsuche
- **Reale strukturelle Eigenschaften sozialer Netze**
 - **Rank-based Friendship**
 - **Empirische Studien**
 - **Social Distance**
 - **Core-Periphery Struktur**



Vom Modell zur Realität

- Untersuchungen, ob Exponent q auch in der Realität auftritt
 - US Social Network LiveJournal mit geographischen Daten zu Freundschaftsbeziehungen
- Problem:
 - Knoten sind räumlich nicht gleichmäßig verteilt



Rank-based Friendship

- Ersetze $d(u,v)$ durch $rank(u,v)$
 - $rank(u,v)$: Anzahl der Knoten, die näher an u liegen als v
- Wahrscheinlichkeit einer Kante (u,v) proportional zu $rank(u,v)^{-p}$
 - In großen Netzwerken ist $p = 1$ optimal
- Im LiveJournal Experiment wurde ein p zwischen 1,15 und 1,2 festgestellt [6]
 - Schränkt man die Daten nur auf West- bzw Ostküsten-User ein, findet man ein p zwischen 1 und 1,05
 - Bei Facebook[1] zwischen 0,95 und 1

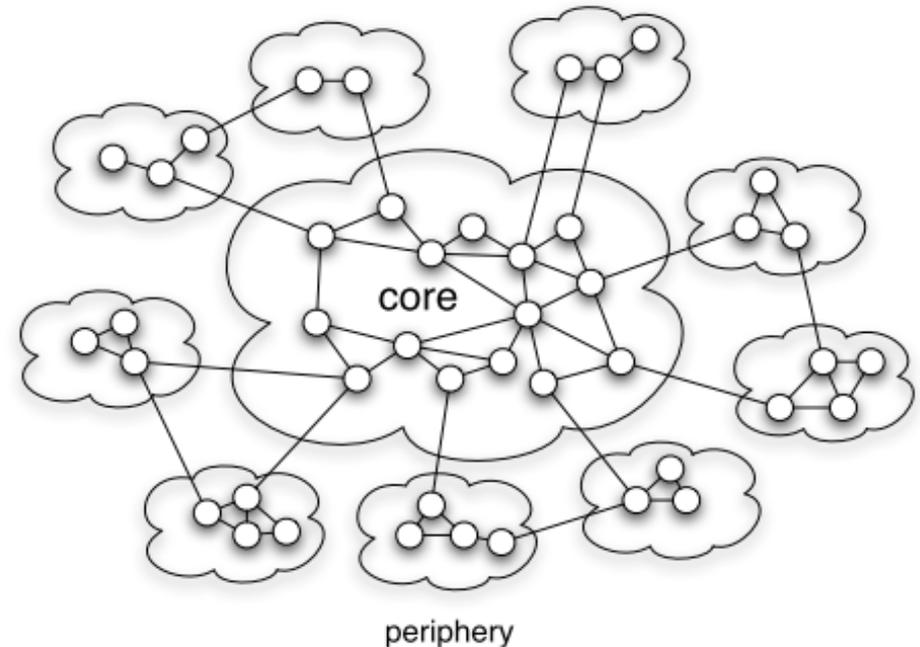


- Räumlicher Abstand zweier Knoten ist einfach zu berechnen, aber hinterlässt Fragen
 - Spielt bei Online sozialen Netzwerken die räumliche Distanz die gleiche Rolle, wie in Offline sozialen Netzwerken?
 - Wie muss das Modell in Ballungsräumen (z.B. Städten) angepasst werden?
- Social Distance[8] als Alternative
 - Social Distance zweier Knoten u und v ist Anzahl der Knoten im kleinsten sozialen Fokus, der beide Knoten umfasst
 - Sozialer Fokus ist ein Ort/Gruppe/Veranstaltung/... für Menschen sich zu treffen und Kontakte zu knüpfen



Core-Periphery Struktur

- Nicht jeder kann gleich gut gefunden werden [2]
 - Mitglieder höherer Gesellschaftsschichten oft eng und global vernetzt → Core
 - Mitglieder niedriger Gesellschaftsschichten auch vernetzt, aber eher lokal → Periphery



Kritik am Experiment

- Start- und Zielpersonen wurde so ausgewählt, dass ein erfolgreiches Weiterleiten der Briefe wahrscheinlich war
- Viele Versuche, das Experiment zu reproduzieren, mit teilweise völlig verschiedenen Ausgängen [5]

„Small World Phänomen“ und „Six degrees of separation“
sind zu einem Mythos geworden

- Jedoch gibt es tatsächlich in sozialen Netzen strukturelle Eigenschaften, die das Experiment erklären
- Es wurden gute Modelle dafür aufgezeigt
- Forschung geht aber natürlich weiter!



- 1) Lars Backstrom, Eric Sun, and Cameron Marlow. **Find me if you can: Improving geographical prediction with social and spatial proximity**, In Proc. 19th International World Wide Web Conference, 2010.
- 2) Stephen P. Borgatti and Martin G. Everett. **Models of core/periphery structures**, Social Networks, 21(4):375–395, October 2000.
- 3) D. Easley, J. Kleinberg. **Network, Crowds, and Markets: Reasoning about a highly connected world**, Cambridge University Press, 2010
- 4) Jon Kleinberg. **Navigation in a small world**, Nature, 406:845, 2000
- 5) J. Kleinfeldt. **The small world problem**, Society, vol 39(2), pp 61-66, 2002
- 6) David Liben-Nowell, Jasmine Novak, Ravi Kumar, Prabhakar Raghavan, and Andrew Tomkins. **Geographic routing in social networks**, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 102(33):11623–11628, August 2005.
- 7) Jeffrey Travers and Stanley Milgram. **An experimental study of the small world problem. Sociometry**, 32(4):425–443, 1969



- 8) Duncan J. Watts, Peter S. Dodds, and Mark E. J. Newman. **Identity and search in social networks.** *Science*, 296(5571):1302–1305, May 2002.
- 9) Duncan J. Watts and Steven H. Strogatz. **Collective dynamics of 'small-world' networks,** *Nature*, 393:440–442, 1998

