

Mining Free Trees

Seminar aus maschinellem Lernen
Referent: Markus Biesinger



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Motivation

Graph

- Repräsentation von Daten mit komplexen Beziehungen
- Datenanalyse um „höhere“ Informationen zu gewinnen

Probleme des Graph Mining

- Enthält ein Graph einen anderen Graphen?
- Sind zwei Graphen isomorph?

Übersicht

- Grundlagen
 - Free Trees
 - Kanonische Form
- Free Tree Miner
- Experimentelle Ergebnisse
- Fazit & Ausblick
- Anhang

Free Trees

- Frequent tree mining

- TreeMiner

- FreqT

- ...

- Free Tree

Fokus liegt auf Wurzelbäumen

Free Tree

- Ungerichteter, zusammenhängender, azyklischer Graph ohne Wurzelknoten und Ordnung
- Werden beim Tree Mining in Wurzelbäume umgewandelt

- **Anwendung von TreeMiner, FreqT, ... auf Free Trees möglich?**

Anwendung von TreeMiner, FreqT, ... auf Free Trees möglich?

- Transaktionen/Teilbäume haben keine Vorgänger-Nachfolger-Beziehung
- Umwandlung in Wurzelbaum erfolgt auf jeder Stufe des Mining-Prozess
- Beziehung kann sich auf jeder Stufe ändern

→ Anwendung nicht möglich

Kanonische Form

Motivation

- Viele Repräsentationsmöglichkeiten
- Eindeutigkeit erforderlich

Kanonische Form

- Vereinfachten Speicherung, Indizierung und Manipulation
- Vorgehen
 - **Normalisierung**
 - Bestimmung einer **kanonischen String-Repräsentation**

Kanonische Form

Normalisierung

- Bestimmung der Center und Selektion als Wurzelknoten
- Reorganisation der Kinder nach vordefinierter Ordnung
 - Free Tree → Ungeordneter Wurzelbaum → Geordneter Wurzelbaum

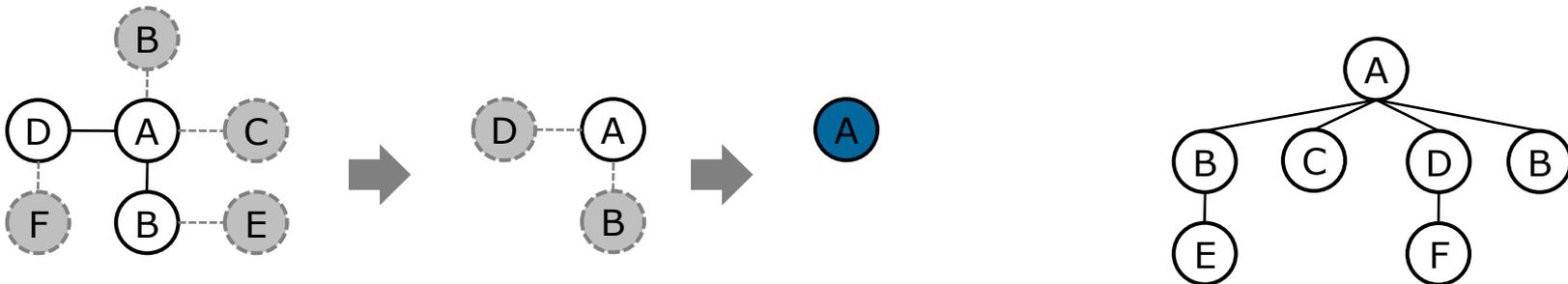
Kanonische String-Repräsentation

- Äquivalente, aber „einfachere“ Repräsentation
- Ableitung durch DFS- oder BFS-Traversierung

Center

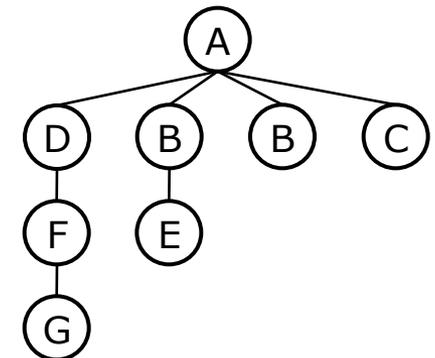
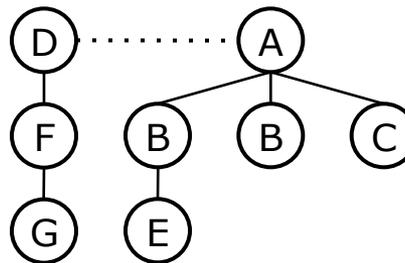
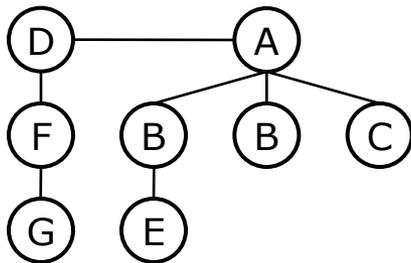
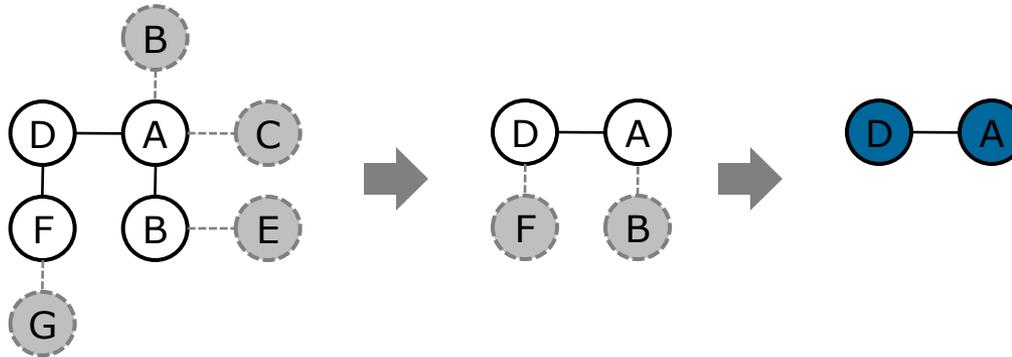
- Knoten, die maximale Distanz zu allen anderen Baumknoten minimieren
- Es gibt höchstens zwei Center → *centered* bzw. *bicentered free tree*

Beispiel *centered free tree*



Normalisierung

Beispiel *bicentered free tree*



Depth-first canonical string (DFCS)

- Minimaler DFS-String hinsichtlich lexikografischer Ordnung

Depth-first canonical form (DFCF)

- Zu DFCS korrespondierender Baum

Vorgehen

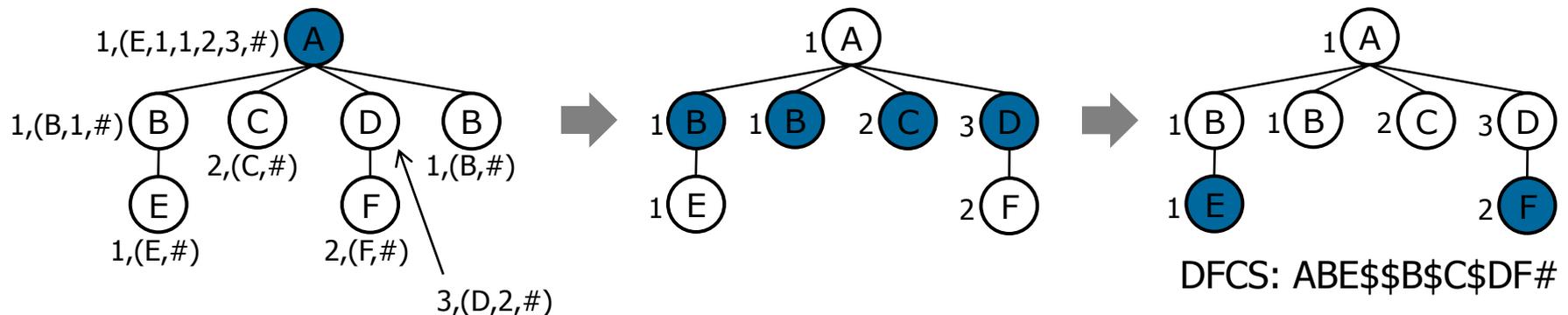
- Bestimme durch Sortierung den Rang (bottom-up)
- Reorganisiere die Kinder (top-down)

DFCF & DFCS – Beispiel

Notation

- Rang, (Label, Rang Kind₁, Rang Kind₂, ..., #)
- Symbole: \$ (Backtrack), # (Ende des Strings)

Beispiel



BFCF & BFCS

- BFCF und DFCF können identisch
- ...
- Siehe Anhang

Übersicht

- Grundlagen
- Free Tree Miner
 - FTM von Chi et al.
 - FTM von Rückert et al.
- Experimentelle Ergebnisse
- Fazit & Ausblick
- Anhang

Free Tree Miner (Chi et al.)

- Findet häufige Free Trees in Baum-Datenbanken
- Basiert auf *breadth-first pattern-join* Apriori Ansatz

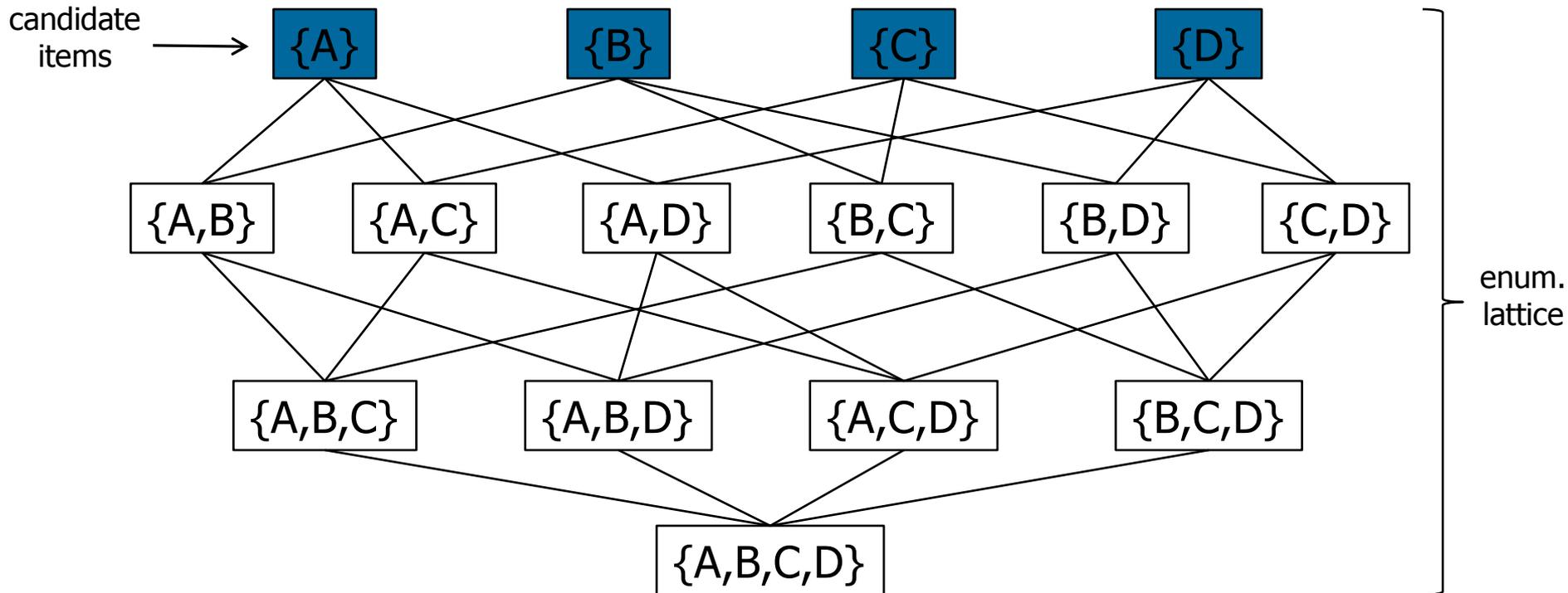
Apriori Ansatz

- Ursprung liegt im *frequent itemset mining*
- *enumeration lattice* wird generiert und mit BFS traversiert
- $(k+1)$ -Itemsets werden aus häufigen k -Itemsets erzeugt

Einschub Frequent Item Mining

Beispiel

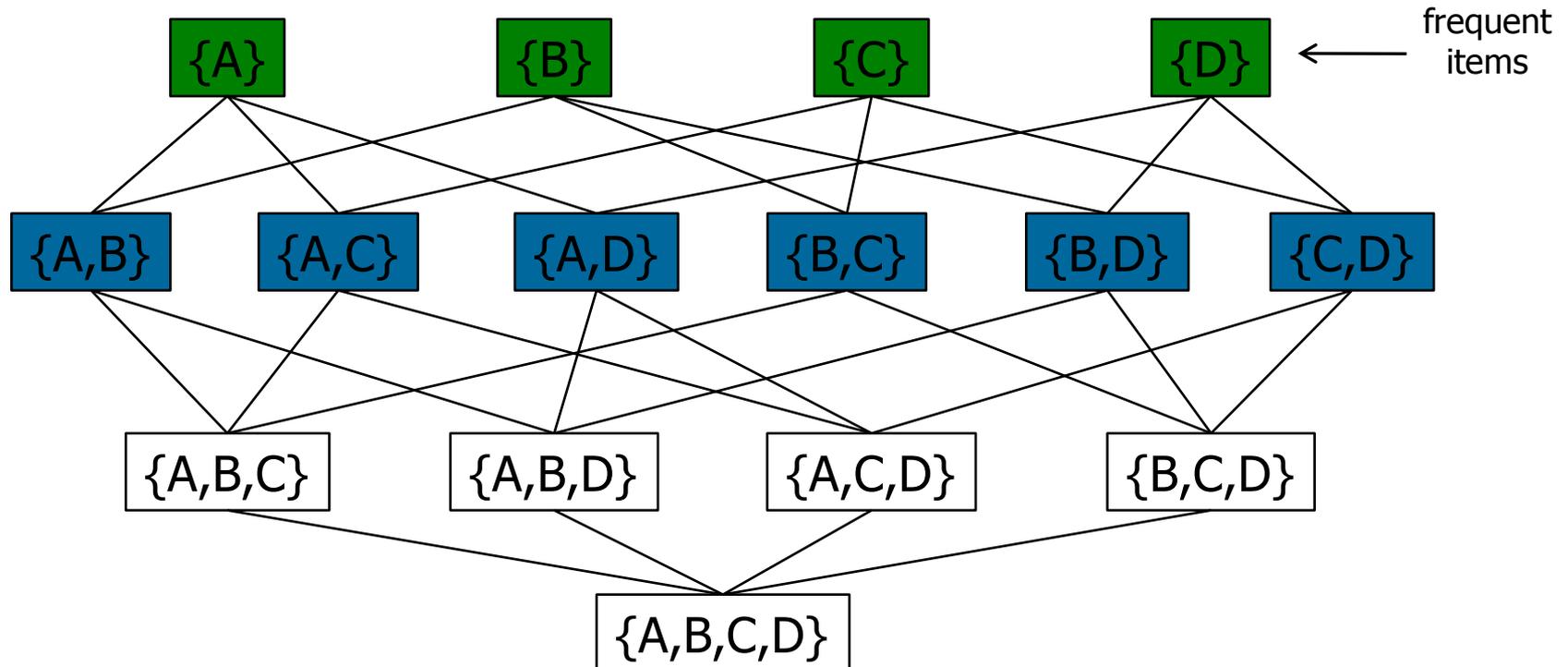
- $m = 2$, Datenbank: $\{A,B\}, \{A,C\}, \{A,B,D\}, \{A,B,C,D\}$



Einschub Frequent Item Mining

Beispiel (Fortsetzung)

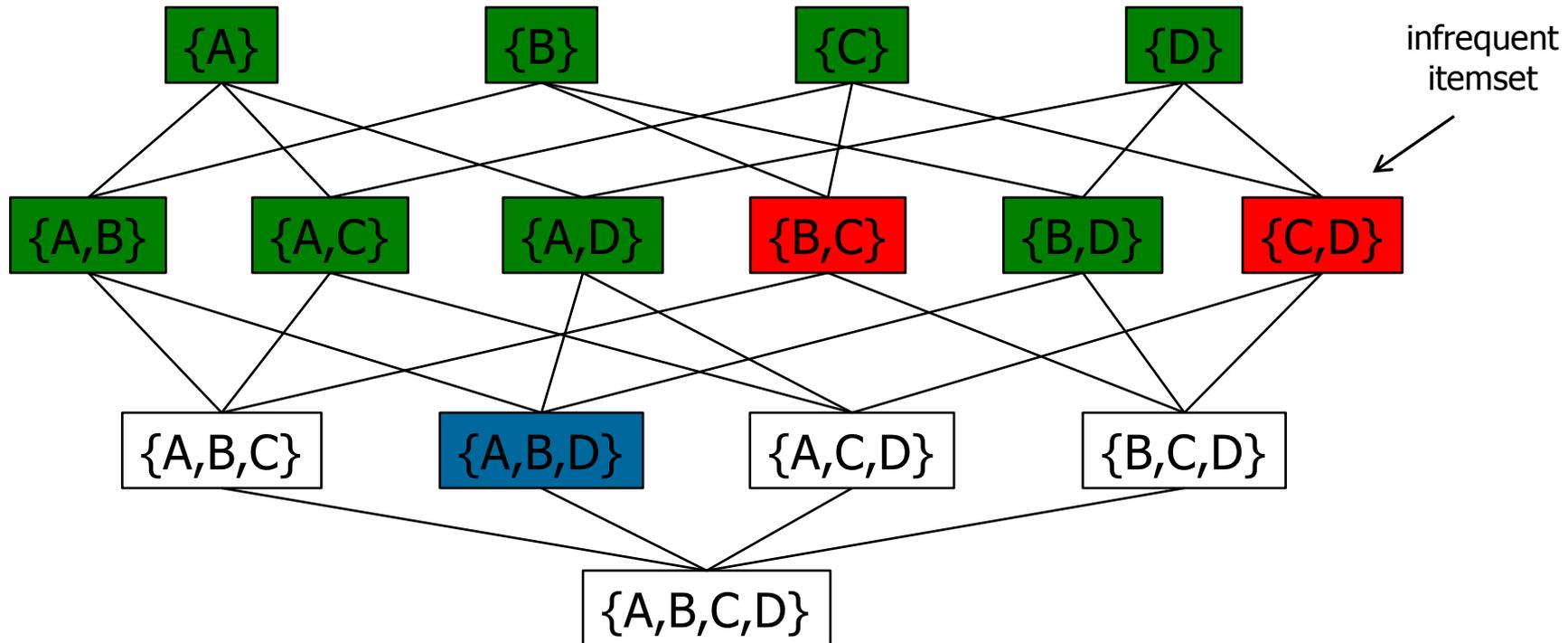
- $m = 2$, Datenbank: $\{A,B\}, \{A,C\}, \{A,B,D\}, \{A,B,C,D\}$



Einschub Frequent Item Mining

Beispiel (Fortsetzung)

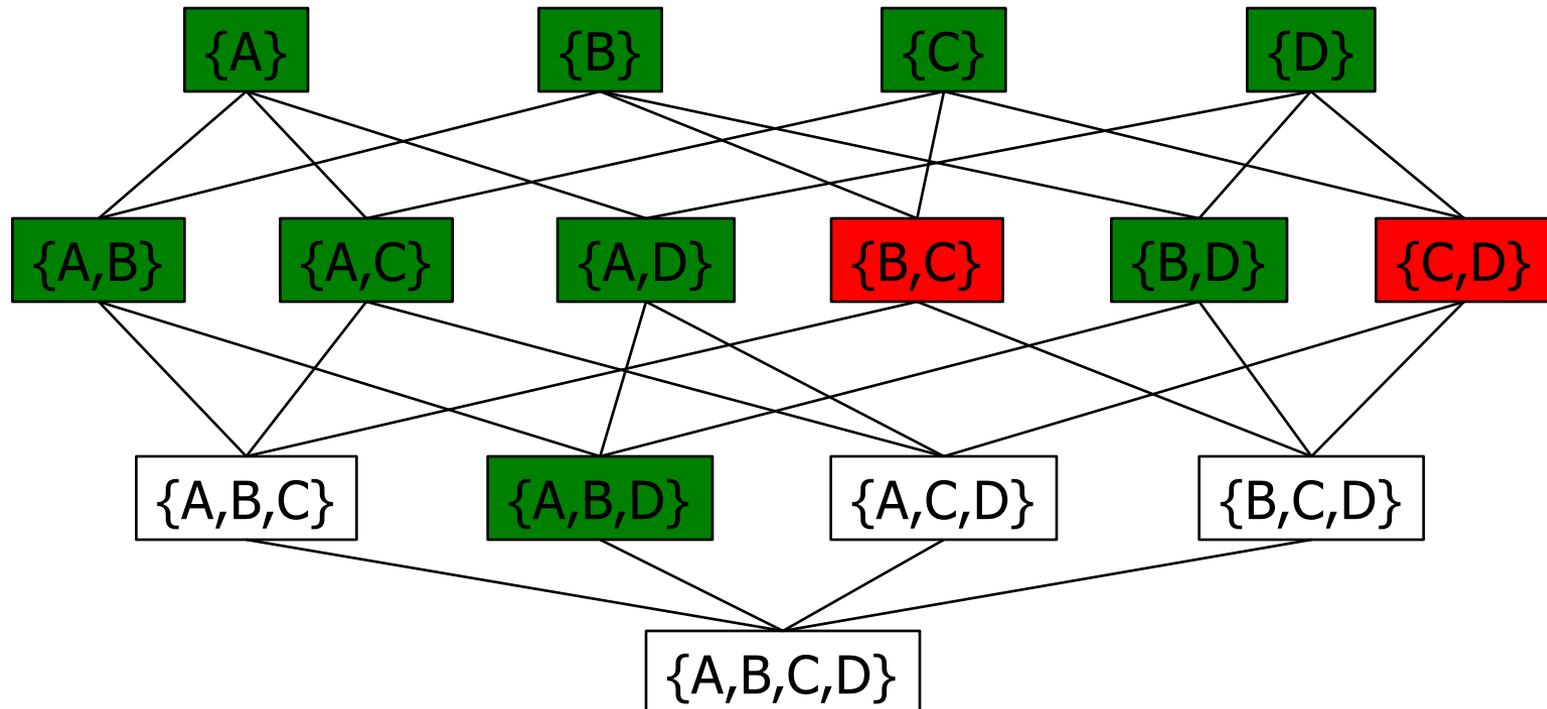
- $m = 2$, Datenbank: $\{A,B\}, \{A,C\}, \{A,B,D\}, \{A,B,C,D\}$



Einschub Frequent Item Mining

Beispiel (Fortsetzung)

- $m = 2$, Datenbank: $\{A,B\}, \{A,C\}, \{A,B,D\}, \{A,B,C,D\}$



Free Tree Miner (Chi et al.)

Übertragung der Idee auf Free Tree Miner

- Häufige 1 bzw. 2-Bäume werden mit *brute-force* Methode bestimmt
- $(k+1)$ -Kandidaten ergeben sich durch Verknüpfung häufiger k -Bäume
- Nach Kandidaten-Generierung *downward closure checking*

downward closure checking

- Filtert nicht häufige $(k+1)$ -Kandidaten heraus
- Vorgehen
 - Lösche jeweils ein Blatt des $(k+1)$ -Kandidaten
 - Überprüfte resultierende k -Bäume auf Häufigkeit
 - Nicht häufiger k -Baum \rightarrow Kandidat wird verworfen

Free Tree Miner (Chi et al.)



```
procedure freeTreeMiner( $d, m$ ) {  
   $F_1, F_2 = \{ \text{frequent 1 and 2-trees} \};$   
  for (  $k = 3; F_{k-1} \neq \emptyset ; k++$ ) {  
     $C_k = \text{generateCandidate}(F_{k-1});$   
    for each transaction  $t \in d$  do  
      for each candidate  $c \in C_k$  do  
        if (  $t$  supports  $c$  )  
           $c.\text{count}++;$   
     $F_k = \{ c \in C_k \mid c.\text{count} \geq m \};$   
  }  
  output  $\bigcup_k F_k$   
}
```

Free Tree Miner (Chi et al.)

candidate generation (Pseudocode siehe Anhang)

- Zwei k -Bäume werden verknüpft, wenn
 - beide den gleichen *core* haben
 - und die korrespondierenden *limbs* die *top two leafs* im $(k+1)$ -Baum sind

core und limb

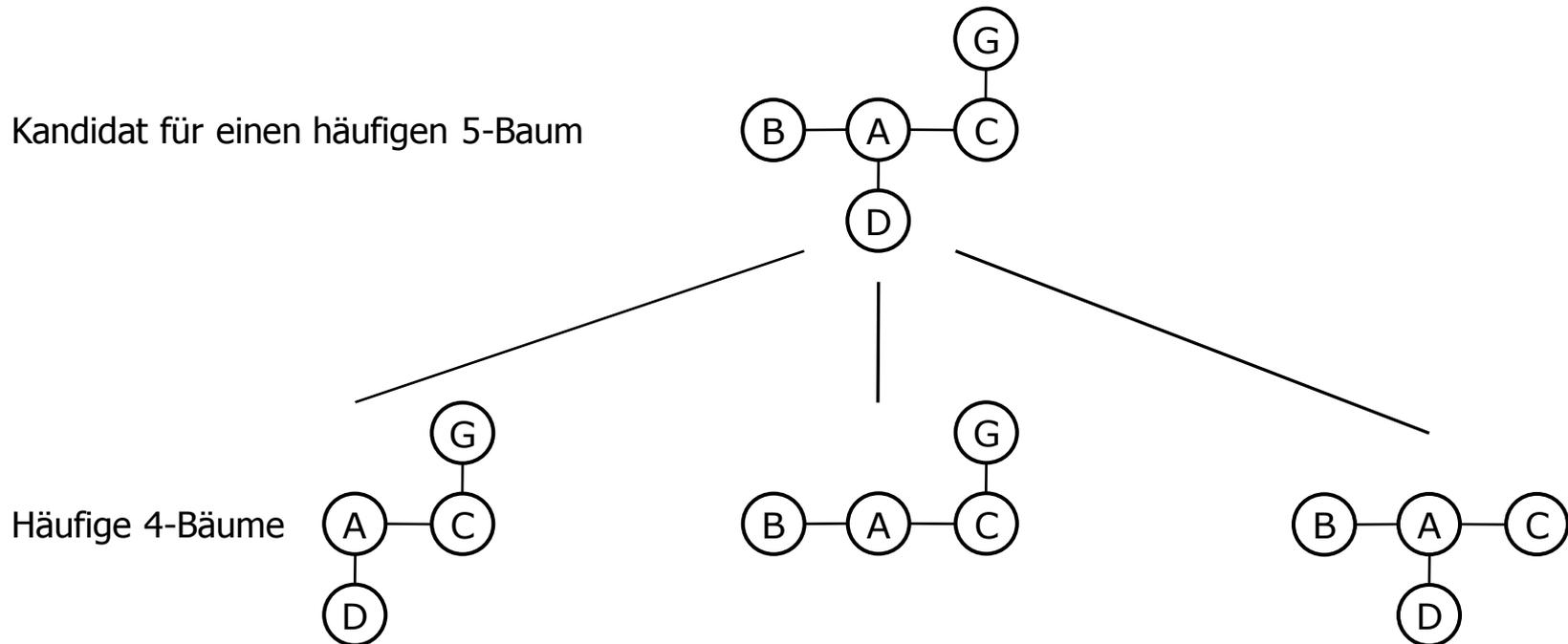
- Ein $(k-1)$ -Baum heißt *core* des k -Baums und der entfernte Knoten *limb*

top two leafs

- Die beiden größten Label aller (sortierten) Blattknoten des $(k+1)$ -Baums

Free Tree Miner (Chi et al.)

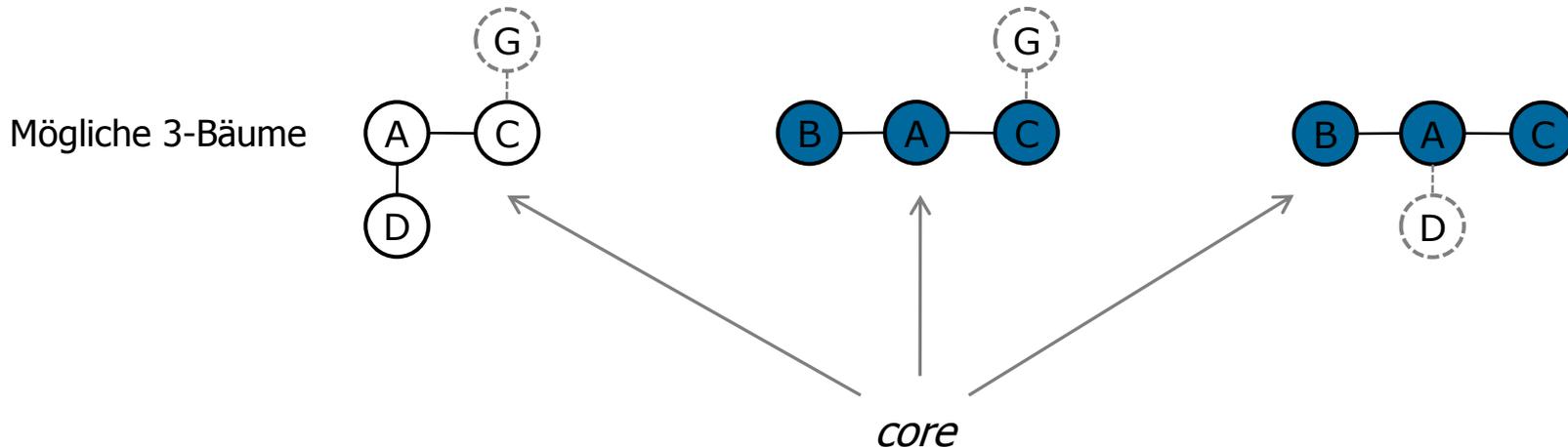
Beispiel *candidate generation*



Free Tree Miner (Chi et al.)

Beispiel *candidate generation* (Fortsetzung)

- Haben die 4-Bäume den gleichen *core*?

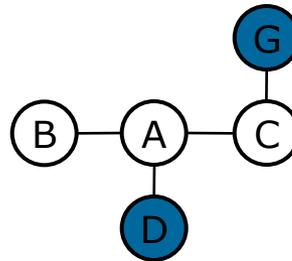


Free Tree Miner (Chi et al.)

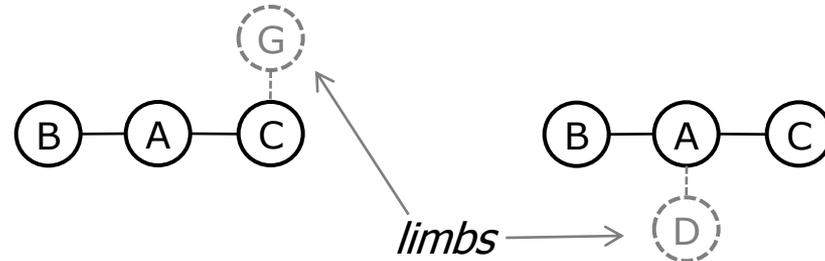
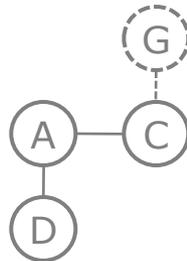
Beispiel *candidate generation* (Fortsetzung)

- Entsprechen die korrespondierenden *limbs* den *top two leafs*?

Kandidat für einen häufigen 5-Baum



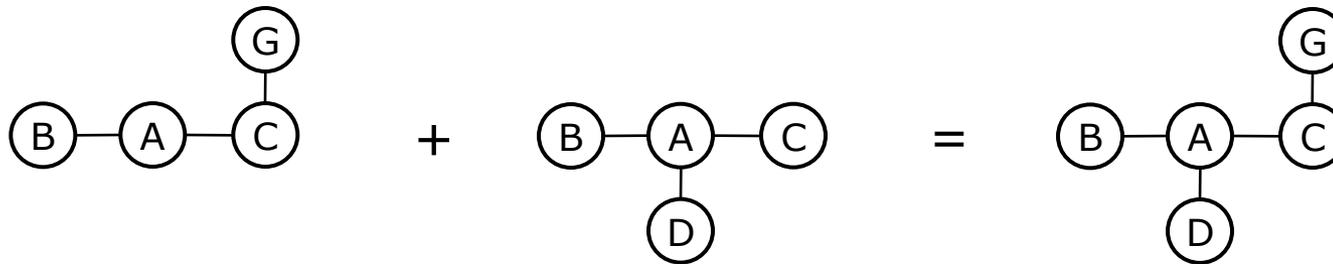
Mögliche 3-Bäume



Free Tree Miner (Chi et al.)

Beispiel *candidate generation* (Fortsetzung)

- Ergebnis



Free Tree Miner (Chi et al.)



```
procedure freeTreeMiner( $d, m$ ) {  
   $F_1, F_2 = \{ \text{frequent 1 and 2-trees} \};$   
  for (  $k = 3; F_{k-1} \neq \emptyset; k++$ ) {
```

```
     $C_k = \text{generateCandidate}(F_{k-1});$ 
```

```
    for each transaction  $t \in d$  do  
      for each candidate  $c \in C_k$  do  
        if (  $t$  supports  $c$  )  
           $c.\text{count}++;$ 
```

frequency counting

```
     $F_k = \{ c \in C_k \mid c.\text{count} \geq m \};$ 
```

```
  }
```

```
  Output  $\bigcup_k F_k$ 
```

```
}
```

- Grundlagen
- **Free Tree Miner**
 - FTM von Chi et al.
 - **FTM von Rückert et al.**
- Experimentelle Ergebnisse
- Fazit & Ausblick
- Anhang

Free Tree Miner (Rückert et al.)



- Findet häufige Free Trees in Graph-Datenbanken
- Basiert auf *depth-first pattern-growth* Ansatz

pattern-growth Ansatz

- Häufige k-Bäume werden an extension points erweitert

Datenbank-Scan

- FTM sammelt Informationen über Pattern → Häufigkeit, *extension points*
- *extension table* speichert Erweiterungen und *support sets*

Free Tree Miner (Rückert et al.)

procedure *mineFreeTrees*(d, m) {

$F_1 = \{ \text{set of all frequent 1-trees} \};$

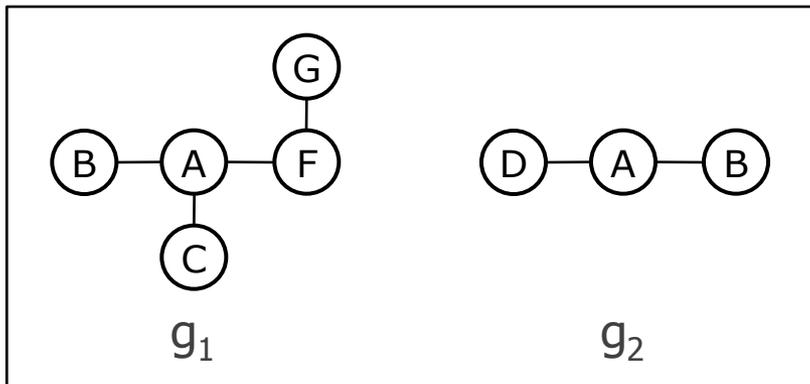
$m = 2 \rightarrow F_1 = \{ \textcircled{A}, \textcircled{B} \};$

for all $t \in F_1$ **do** {

depthSearch(t, d, m);

}

}



Free Tree Miner (Rückert et al.)

procedure *mineFreeTrees*(d, m) {

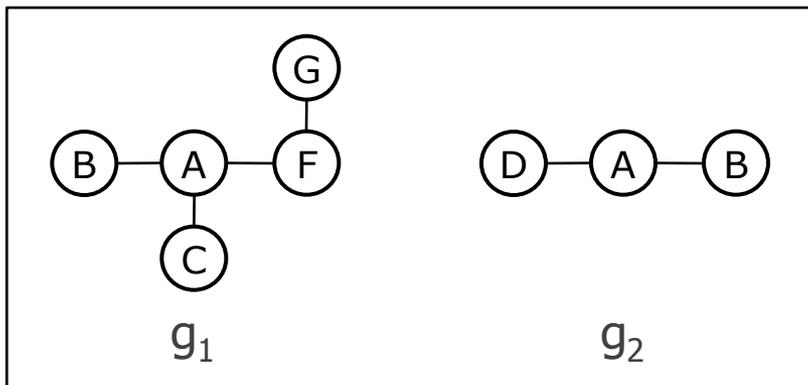
$F_1 = \{ \text{set of all frequent 1-trees} \};$

```
for all  $t \in F_1$  do {  
  depthSearch( $t, d, m$ );  
}
```

}

$m = 2 \rightarrow F_1 = \{ \textcircled{A}, \textcircled{B} \};$

Beispiel: Aufruf von *depthSearch*(...)
mit Pattern $t = \textcircled{A}$



Free Tree Miner (Rückert et al.)



```
procedure depthSearch(t, d, m) {
```

```
    ext = databaseScan(t, d);
```

```
    ...
```

```
}
```

Free Tree Miner (Rückert et al.)



```
procedure databaseScan(t, d) {  
  ext = empty table;
```

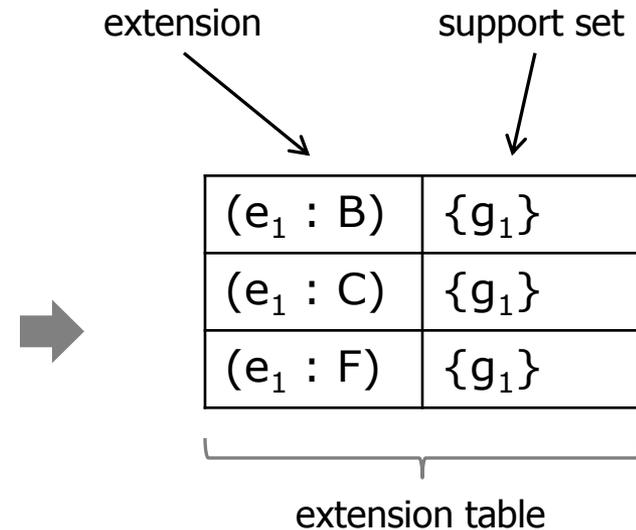
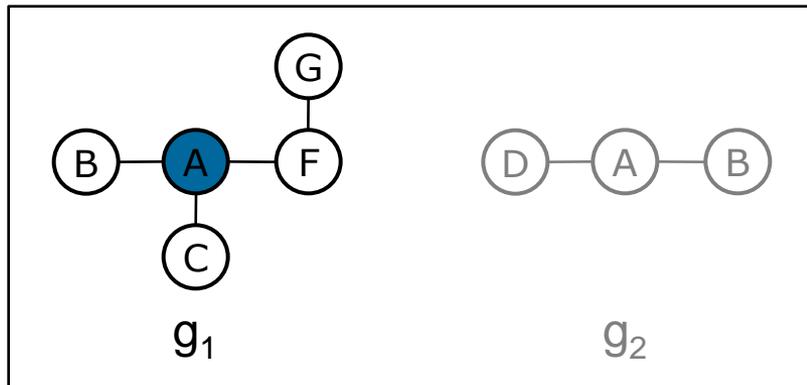
```
  for graph g in d do  
    for all occurrences of t in g do  
      for all extension points p of t do  
        for all extensions e to p do {  
          if ( (p : e)  $\notin$  ext )  
            add (p : e) to ext with empty support set;  
            add g to support set in row (p : e);  
        }
```

Bestimmung der
extension table

```
  return ext;  
}
```

Free Tree Miner (Rückert et al.)

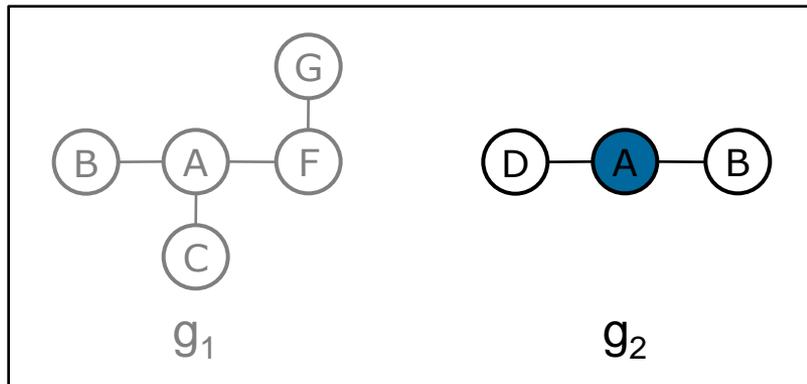
Beispiel *extension table*



$$\text{Pattern } t = \textcircled{A}_{e_1}$$

Free Tree Miner (Rückert et al.)

Beispiel *extension table* (Fortsetzung)



$(e_1 : B)$	$\{g_1, g_2\}$
$(e_1 : C)$	$\{g_1\}$
$(e_1 : D)$	$\{g_2\}$
$(e_1 : F)$	$\{g_1\}$

$$\text{Pattern } t = \textcircled{A}_{e_1}$$

Free Tree Miner (Rückert et al.)



```
procedure depthSearch(t, d, m) {  
  ext = databaseScan(t, d);
```

```
  if ( support of t  $\geq$  m ) {  
    cand = { set of all extension candidates };  
    while ( cand  $\neq$   $\emptyset$  ) {  
      newCand =  $\emptyset$  ;  
      for all candidates c  $\in$  cand do {  
        if ( support of c  $\geq$  m ) {  
          build t' from t and c ;  
          if ( t' is in canonical form )  
            depthSearch(t', d, m);  
          if ( t' is well ordered )  
            newCand = newCand  $\cup$  { c  $\cup$  (p : e) };  
        }  
      }  
      cand = newCand; }  
  }
```

Kandidaten-Generierung

```
}
```

Free Tree Miner (Rückert et al.)

Beispiel Kandidaten-Generierung

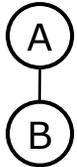
$(e_1 : B)$	$\{g_1, g_2\}$
$(e_1 : C)$	$\{g_1\}$
$(e_1 : D)$	$\{g_2\}$
$(e_1 : F)$	$\{g_1\}$

- Support extension $(e_1 : B) \geq 2?$ ✓

- Pattern $t = \textcircled{A}$ + extension $(e_1 : B) = \textcircled{B}$ \rightarrow extension candidate $t' = \begin{array}{c} \textcircled{A} \\ | \\ \textcircled{B} \end{array}$

Free Tree Miner (Rückert et al.)

Beispiel Kandidaten-Generierung (Fortsetzung)

- Ist $t' =$  in kanonischer Form? ✓
- Rekursiver Aufruf von *depthSearch(...)*
→ Test auf Häufigkeit von t' , Generierung weiterer Kandidaten

Überblick

- Grundlagen
- Free Tree Miner
- **Experimentelle Ergebnisse**
- Fazit & Ausblick
- Anhang

Experimentelle Ergebnisse

Datengrundlage

- AIDS-Dataset bestehend aus 42390 chemische Verbindungen
- Knotenlabel: Atomtypen, Kantenlabel: Verbindungen zwischen Atomen

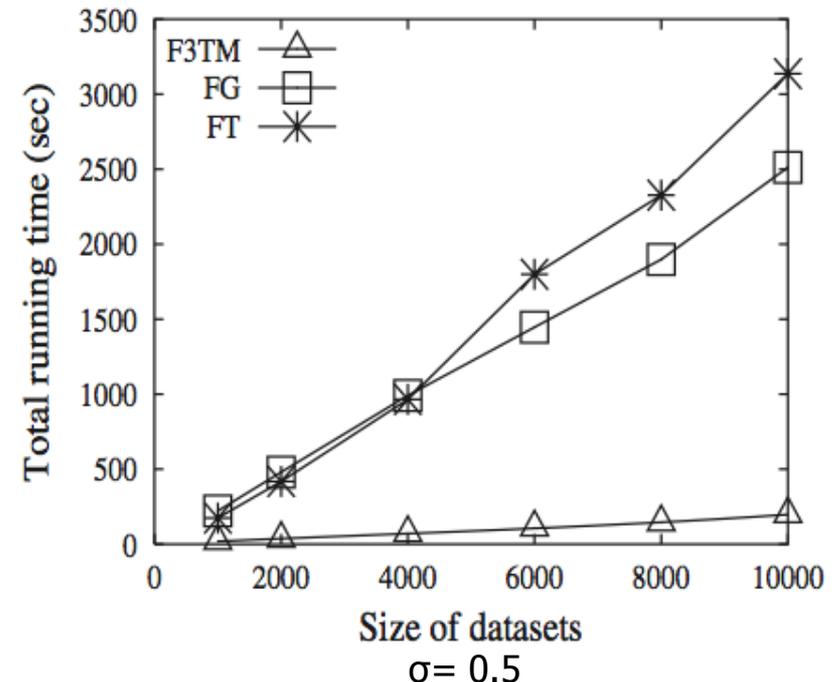
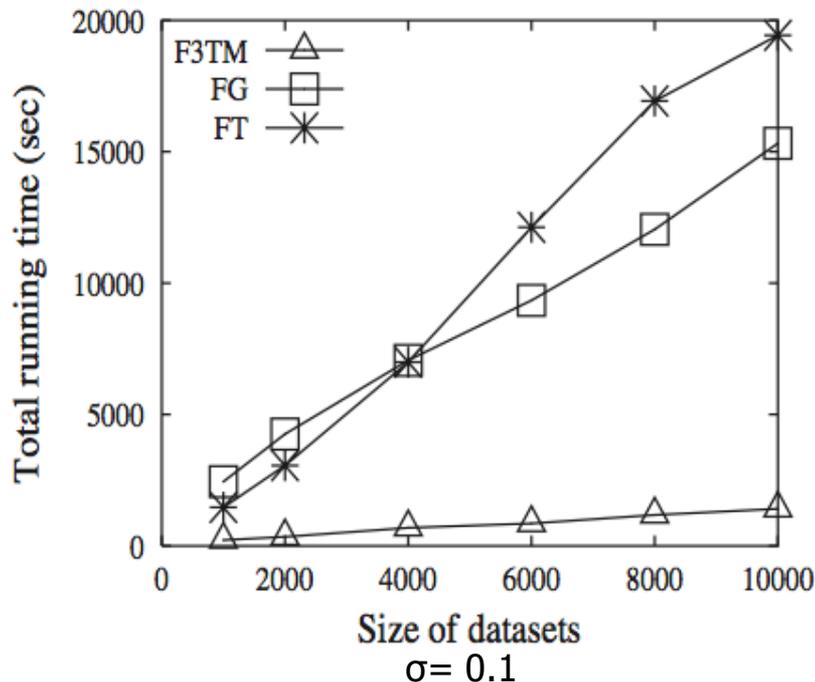
Experiment

- Anzahl der chemischen Verbindungen wird von 1.000 auf 10.000 erhöht

Experimentelle Ergebnisse

Mining-Performance

- Vergleich des Free Tree Miner von Chi (FT) und Rückert (FG) mit dem Fast Frequent Free Tree Miner (F3TM) von Zhao et al.



Überblick

- Grundlagen
- Free Tree Miner
- Experimentelle Ergebnisse
- **Fazit & Ausblick**
- Anhang

pattern-join Ansatz (Chi et al.)

- Exponentielles Wachstum von potenziellen $(k+1)$ -Kandidaten
→ Hoher Speicherbedarf → Schlechte Performance

pattern-growth Ansatz (Rückert et al.)

- Geringer Speicherbedarf
- Aber: Kandidaten-Generierung kann Redundanzen erzeugen

Hauptquelle

- Yun Chi, Yirong Yang, Richard R. Muntz: **Canonical Forms for Labeled Trees and Their Applications in Frequent Subtree Mining**, Knowledge and Information Systems, vol. 8, no. 2, pp. 203-234, 2005.
- Rückert, U., Kramer, S.: **Frequent Free Tree Discovery in Graph Data**, Special Track on Data Mining, ACM Symposium on Applied Computing (SAC'04), 2004.

Vertiefung

- Yun Chi, Yirong Yang, Richard R. Muntz: **Indexing and Mining Free Trees**, Proceedings of the Third IEEE International Conference on Data Mining, p. 509, 2003
- Peixiang Zhao, Jeffrey Xu Yu: **Fast Frequent Free Tree Mining in Graph Databases**, Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Data Mining, pp. 315-319, 2006
- Yun Chi, Richard R. Muntz, Siegfried Nijssen, Joost N. Kok: **Frequent Subtree Mining - An Overview**, Fundamenta Informaticae, vol. 66, issues 1-2, pp. 161-198, 2004
- Rakesh Agrawal, Ramakrishnan Srikant: **Fast Algorithms for Mining Association Rules**, Morgan Kaufmann Series In Data Management Systems - Readings in database systems (3rd ed.), pp. 580-592, 1998



Fragen?

- Grundlagen
- Free Tree Miner
- Experimentelle Ergebnisse
- Fazit & Ausblick
- Anhang
 - *breadth-first canonical form*
 - *candidate generation* des Free Tree Miner (Chi et al.)

Breadth-first canonical string (BFCS)

- Minimaler DFS-String unter allen ungeordneten Wurzelbäumen

Breadth-first canonical form (BFCF)

- Zu DFCS korrespondierender Baum

Vorgehen

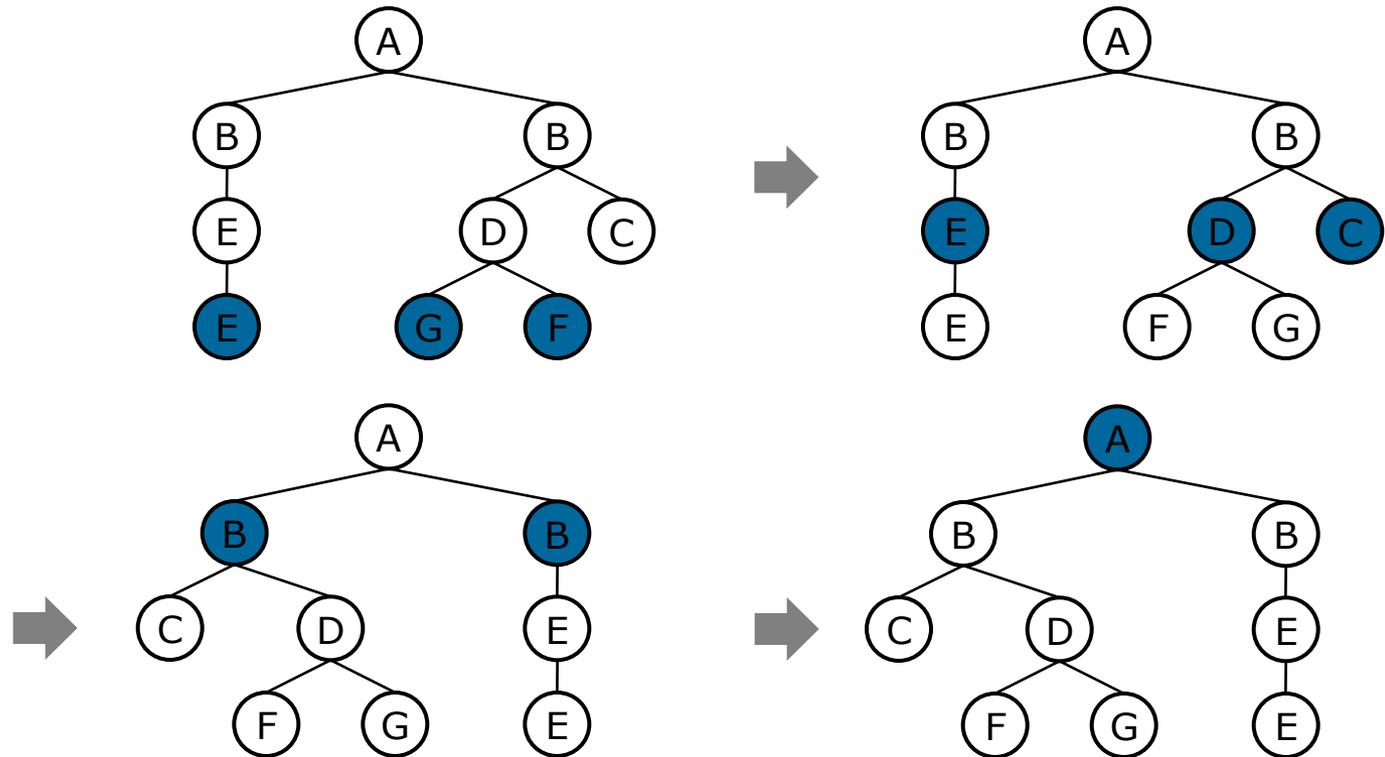
- Sortiere bottom-up auf jeder Stufe von links nach rechts die Knoten von klein nach groß bis alle Kinder der Wurzel reorganisiert sind

Notation

- Symbole: \$ (Partition der Kinder), # (Ende des Strings)

BFCF & BFCS

Beispiel



BFCS: A\$BB\$CD\$E\$FG\$E#

Free Tree Miner (Chi et al.)



```
procedure generateCandidate( $F_k$ ) {  
   $C_{k+1} = \emptyset$  ;  $CL = \emptyset$  ;  
  for each tree  $f$  in  $F_k$  do  
    for each leaf  $l$  among top 2 leaves of  $f$  do  
       $cl =$  remove  $l$  from  $f$   
      if (  $cl \notin CL$  )  
         $CL = cl \cup CL$ ;  
        register  $l$  to  $cl$  in  $CL$ ;  
  for each core  $cl \in CL$  do  
    for each limb pair ( $l_1, l_2$ ) of  $cl$  do  
      for each automorphism of  $cl$  related to  $l_1, l_2$  do  
         $c =$  attach  $l_1$  and  $l_2$  to  $cl$ ;  
        if ( downwardCheck( $c, F_k$ ) )  
           $C_{k+1} = c \cup C_{k+1}$ ;  
  return  $C_{k+1}$ ;  
}
```

Free Tree Miner (Chi et al.)

Automorphismus

- Isomorphismus eines Baums auf sich selbst
- Automorphismus des core erschweren Verknüpfung von k-Bäumen
- Schema notwendig um alle möglichen Automorphismen zu erfassen
→ Äquivalenzklasse

Äquivalenzklasse (Automorphismus)

- Knoten u und v eines Baums gehören zur selben Äquivalenzklasse, wenn
 - u und v sich auf der gleichen Stufe befinden,
 - Teilbäume von u und v isomorph sind und
 - u und v den gleichen Elternknoten besitzen

Free Tree Miner (Chi et al.)

Verknüpfung

- Ann.: Ein *limb* gehört zu einer Äquivalenzklasse mit mehreren Elementen
- Betrachte dann alle Kombinationen die entstehen, wenn ein *limb* an jedes Element einer Äquivalenzklasse angehängt wird

Beispiel Automorphismus

