#### Data Mining und Maschinelles Lernen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2015/2016 Lösungsvorschlag für das 12. Übungsblatt

### Aufgabe 1: RelieF (1)



Gegeben sind folgende 12 Beispiele der Wetter-Daten:

ID	outlook	temperature	humidity	windy	play
1	sunny	hot	high	FALSE	no
2	rainy	mild	high	FALSE	yes
3	rainy	cool	normal	FALSE	yes
4	rainy	cool	normal	TRUE	no
5	overcast	cool	normal	TRUE	yes
6	sunny	mild	high	FALSE	no
7	sunny	cool	normal	FALSE	yes
8	rainy	mild	normal	FALSE	yes
9	sunny	mild	normal	TRUE	yes
10	overcast	mild	high	TRUE	yes
11	overcast	hot	normal	FALSE	yes
12	rainy	mild	high	TRUE	no

Berechnen Sie die RelieF Feature-Gewichte (Foliensatz "Instanzenbasiertes Lernen", Folie "RELIEF (2)") für alle 4 Attribute (die ID ist nur zur leichten Identifizierung eines Beispiels vorhanden). Berechnen Sie den Nearest Hit und Nearest Miss für jedes Beispiel (r = 12). Gehen Sie davon aus, dass jedes Beispiel genau einmal gewählt wird (Es kann aber natürlich mehrfach als Nearest-Neighbor auftauchen.). Als Distanz-Funktion nehmen Sie einfach die Anzahl der verschiedenen Attribute.

### Aufgabe 1: RelieF (2)



Der Algorithmus geht folgendermaßen vor:

- 1. Zuerst setzt der Benutzer den Wert für r (in der Aufgabe gilt r = 12).
- 2. Als nächstes wählt der Algorithmus ein Beispiel zufällig aus (hier wird **nicht** sichergestellt, dass das Beispiel nicht schon einmal verwendet wurde).
- 3. Dann findet er den *nearest hit* und den *nearest miss* und macht ein Update auf den Gewichtswert jedes Attributs.

In der Aufgabe gehen wir davon aus, dass ein bereits verwendetes Beispiel nicht noch einmal genommen wird.

Wir machen uns ausserdem die Eigenschaft zu Nutze, dass man auch eine Tabelle der Distanzen für die *Hits* und die *Misses* erstellen kann und dann einfach direkt für jedes Beispiel den *nearest hit* und *nearest miss* ausrechnen kann (indem man die Werte für jedes Attribut einfach addiert, was dem Update-Schritt des Algorithmus entspricht):

Aus

$$w_A \leftarrow w_A + \frac{1}{r}(d_A(m_i, x_i) - d_A(h_i, x_i))$$

mit  $m_i$  und  $h_i$  als near miss und near hit von dem i-ten Beispiel  $x_i$ , wird

$$0 + \sum_{1 \le i \le r} \frac{1}{r} (d_A(m_i, x_i) - d_A(m_i, x_i)) = \frac{1}{r} \left( \sum_{1 \le i \le r} d_A(m_i, x_i) - d_A(m_i, x_i) \right)$$

### Aufgabe 1: RelieF (3)



Wir erstellen also 2 Tabellen für die *Hits* und eine für die *Misses* (zu beachten ist, dass die Tabellen an der Diagonalen gespiegelt sind):

			Н	its füı	+			
ID	2	3	5	7	8	9	10	11
2	0	2	4	3	1	3	2	3
3	2	0	2	1	1	3	4	2
5	4	2	0	2	3	2	2	2
7	3	1	2	0	2	2	4	2
8	1	1	3	2	0	2	3	2
9	3	3	2	2	2	0	2	3
10	2	4	2	4	3	2	0	3
11	3	2	2	2	2	3	3	0

	Н	its für	-	
ID	1	4	6	12
1	0	4	1	3
4	4	0	4	2
6	1	4	0	2
12	3	2	2	0

	N	/lisses	3	
ID	1	4	6	12
2	2	3	1	1
3	3	1	3	3
5	4	1	4	3
7	2	2	2	4
8	3	2	2	2
9	3	2	2	2
10	3	3	2	1
11	2	3	3	4
	•			

In den Tabellen sind die *nearest neighbors* der gleichen Klasse rot markiert (wobei bei gleicher Distanz immer das erste Beispiel in der Tabelle ausgewählt wurde).

### Aufgabe 1: RelieF (4)



Nun erstellt man eine große Tabelle in der man für jedes Attribut die Unterscheidungen festhält (gleicher Wert = Distanz 0, unterschiedlicher Wert = Distanz 1).

In dieser Tabelle repräsentiert eine Zeile jeweils einen Durchlauf des Algorithmus (wobei wir die Gewichte erst am Ende updaten, bzw. berechnen).

			Hits					Misses	i	
ID	ID	outl.	temp.	hum.	wind	ID	outl.	temp.	hum.	wind
2	8	0	0	1	0	6	1	0	0	0
3	7	1	0	0	0	4	0	0	0	1
5	3	1	0	0	1	4	1	0	0	0
7	3	1	0	0	0	1	0	1	1	0
8	2	0	0	1	0	4	0	1	0	1
9	5	1	1	0	0	4	1	1	0	0
10	2	1	0	0	1	12	1	0	0	0
11	3	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	6	0	1	0	0	2	1	1	0	0
4	12	0	1	1	0	3	0	0	0	1
6	1	0	1	0	0	2	1	0	0	0
12	4	0	1	1	0	2	0	0	0	1
		6	6	4	2		7	4	2	4

### Aufgabe 1: RelieF (5)



Da man nun alle Werte zu Verfügung hat, kann man die RelieF Feature-Gewichte errechnen:

$$\begin{split} W(outlook) &= \frac{1}{r} \left( d_{outlook}(m_1, x_1) - d_{outlook}(h_1, x_1) + d_{outlook}(m_2, x_2) - \ldots \right) \\ &= \frac{1}{r} \left( -d_{outlook}(h_2, x_2) - d_{outlook}(h_3, x_3) - \ldots + d_{outlook}(m_2, x_2) + d_{outlook}(m_3, x_3) \ldots \right) \\ &= \frac{1}{r} \left( -d_{outlook}(x_8, x_2) - d_{outlook}(x_7, x_3) - \ldots + d_{outlook}(x_6, x_2) + d_{outlook}(x_4, x_3) \ldots \right) \\ &= \frac{1}{r} (-6 + 7) = \frac{1}{12} \end{split}$$

$$W(temperature) = -6/12 + 4/12 = -1/6 ( \rightarrow W(temperature) = 0)$$
  
 $W(humidity) = -4/12 + 2/12 = -1/6 ( \rightarrow W(humidity) = 0)$   
 $W(wind) = -2/12 + 4/12 = 1/6$ 

### **Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden** (1)



Gegeben sei folgende Version der Wetter-Daten mit 12 Trainings-Beispielen und 2 numerischen Attributen.

ID	outlook	temperature	humidity	windy	play
1	sunny	85	85	FALSE	no
2	rainy	70	96	FALSE	yes
3	rainy	68	80	FALSE	yes
4	rainy	65	70	TRUE	no
5	overcast	64	65	TRUE	yes
6	sunny	72	95	FALSE	no
7	sunny	69	70	FALSE	yes
8	rainy	75	80	FALSE	yes
9	sunny	75	70	TRUE	yes
10	overcast	72	90	TRUE	yes
11	overcast	81	75	FALSE	yes
12	rainy	71	91	TRUE	no

Diskretisieren Sie die beiden numerischen Attribute mit den Verfahren, die Sie in der Vorlesung kennen gelernt haben. Wählen Sie die Anzahl der Intervalle so, daß Sie die bekannten Daten erhalten könnten (drei Werte für Temperature, zwei für Humidity). Vergleichen Sie die Resultate miteinander und mit den bekannten Daten (die aus der vorherigen Aufgabe).

# **Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden equal-width** (1)



Bei equal-width wird versucht gleich große Intervalle zu bilden:

- Attribut "temperature": (max min)/3 = (85 64)/3 = 21/3 = 7
  - ightarrow Die Intervalle sollten also die Größe 7 haben. Es resultieren folgende Einteilungen:
  - [64, 70], [71, 77], [78, 85]
  - ([64, 71], [72, 78], [79, 85] wäre auch zulässig, man muss sich hier eine geeignete Einteilung überlegen)
  - Dies ergibt dann die Intervalle  $(-\infty, 70], (70, 77], (77, \infty)$
- Attribut "humidity":  $(96 65)/2 = \lfloor 31/2 \rfloor = 15$ 
  - → Die Intervalle sollten also die Größe 15 haben: [65, 80], [81, 96]
  - Dies ergibt dann die Intervalle  $(-\infty, 80], (80, \infty)$ .

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden equal-frequency (1)



Bei equal-frequency wird versucht möglichst gleich viele Beispiele pro Intervall zu haben:

► Attribut "temperature":12/3 = 4 Es sollten also jeweils 4 Beispiele in einem Intervall liegen.

Sortieren wir die Werte, ergibt sich: 64,65,68,69 < 70,71,72,72 < 75, 75, 81 86

Daher liegen die Beispiele

Nr.5 temp.=64, Nr.4 temp.=65, Nr.3 temp.=68, Nr.7 temp.=69

im ersten Intervall, die Beispiele

Nr.2 temp.=70, Nr.12 temp.=71, Nr.6 temp.=72, Nr.10 temp.=72

im zweiten und die Beispiele

Nr.8 temp.=75, Nr.9 temp.=75, Nr.11 temp.=81, Nr.1 temp.=85

im dritten Intervall.

Zusatzaufgabe: In welches Intervall fällt Temperaturwert 74?

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden equal-frequency (2)



Attribut "humidity": 12/2 = 6 Es sollten jeweils 6 Beispiele in einem Intervall liegen. Die Beispiele

Nr.5 hum.=65, Nr.4 hum.=70, Nr.7 hum.=70, Nr.9 hum.=70, Nr.11 hum.=75, Nr.3 hum.=80, Nr.8 hum.=80 (die beiden Beispiele mit humidity = 80 könnten auch im zweiten Intervall liegen) im ersten und die Beispiele

Nr.1 hum.=85, Nr.10 hum.=90, Nr.12 hum.=91, Nr.6 hum.=95, Nr.2 hum.=96 im zweiten Intervall.

Die folgende Grafik erklärt den Unterschied beider Methoden nochmals anschaulich, wobei es sich hier um ein allgemeines Beispiel handelt, das nicht den vorherigen Aufgaben entspricht (die roten Striche sind für equal-width und die grünen für equal-frequency):



### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge (1)



Wir werden nicht auf die Berechnung jedes einzelnen  $\chi^2$ -Wertes eingehen, wir werden jedoch zwei Beispiele exemplarisch berechnen und anschließend nur noch die zur Berechnung benötigten Werte und das Ergebnis auflisten.

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge (2)



Zur Erinnerung der  $\chi^2$ -Wert zweier Intervalle  $I_1$  und  $I_2$  berechnet sich wie folgt:

$$\chi^{s} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(A_{ij} - E_{ij}\right)^{2}}{E_{ij}},$$

mit

 $A_{ij}$ : Anzahl der Beispiele in  $I_i$ , die zur Klasse j gehören

 $E_{ij}$ : zu erwartende Anzahl von Beispiele in  $I_i$ , die zur Klasse j gehören

$$E_{ij} = N_i \cdot \frac{C_j}{N_1 + N_2}$$

 $N_i$ : Anzahl der Beispiele in  $I_i$ 

$$N_i = \sum_{j=1}^{c} A_{ij}$$

 $C_j$ : Anzahl der Beispiele in  $I_1$  und  $I_2$ , die zur Klasse j gehören. Sollte dieser Wert 0 sein, wird diese Klasse bei der Berechnung des  $\chi^2$ -Wertes nicht berücksichtigt (da Division durch 0), d.h. alle entsprechenden Terme werden bei der Berechnung auf 0 gesetzt.

$$C_j = A_{1j} + A_{2j}$$

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge (3)



**Anmerkungen:** Der  $\chi^2$ -Wert zweier Intervalle, die exakt die gleiche Klassenverteilung aufweisen, ist minimal bzw. 0.

Diese Intervalle werden somit verbunden (falls noch kein Stopkriterium, wie z.B. minimale Intervallanzahl, erfüllt ist).

D.h. natürlich auch, daß in der Initialphase reine Intervalle (also Intervalle mit nur einer auftretenden Klasse) sofort verbunden werden können.

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge, Beispiel 1 (2 Klassen) (1)



Intervall  $I_1$  hat 3 positive Beispiele und 1 negatives, Intervall  $I_2$  hat 4 positive und 2 negative Beispiele. Also haben wir folgende Werte

$$A_{1} = 3$$

$$A_{1-} = 1$$

$$A_{2+} = 4$$

$$A_{2-} = 2$$

Hieraus berechnen wir zunächst

$$C_{+} = 7$$

$$C_{-} = 3$$

$$N_1 = 4$$

$$N_2 = 6$$

und anschließend

$$E_{1+} = 4\frac{7}{4+6} = 2,8 \qquad E_{1-} = 4\frac{3}{4+6} = 1,2 \qquad E_{2+} = 6\frac{7}{4+6} = 4,2 \qquad E_{2-} = E_{2+} = 6\frac{3}{4+6} = 1,8$$

Mit diesen Werten können wir nun den  $\chi^2$ -Wert berechnen:

$$\chi^{2} = \frac{(3-2,8)^{2}}{2,8} + \frac{(1-1,2)^{2}}{1,2} + \frac{(4-4,2)^{2}}{4,2} + \frac{(2-1,8)^{2}}{1,8}$$

$$= \frac{1}{70} + \frac{1}{30} + \frac{1}{105} + \frac{1}{45}$$

$$= \frac{9+21+6+14}{630} = \frac{5}{63}$$

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge, Beispiel 2 (3 Klassen) (1)



Die Beispiele der 3 Klassen a.b und c verteilen sich auf das Intervall l<sub>1</sub> bzw. auf l<sub>2</sub> wie folgt

$$A_{1a} = 5$$

$$A_{1a} = 5$$
  $A_{1b} = 3$   $A_{1c} = 4$   $A_{2a} = 4$   $A_{2b} = 3$   $A_{2c} = 1$ 

$$A_{1c} = 4$$

$$A_{2a} = 4$$

$$A_{2b} = 3$$

$$l_{2c} = 1$$

Hieraus berechnen wir

$$C_a = 9$$

$$C_b = 6$$

$$C_c = 5$$

$$C_a = 9$$
  $C_b = 6$   $C_c = 5$   $N_1 = 12$   $N_2 = 8$ 

$$N_2 = 8$$

und

$$E_{1a} = 12 \frac{9}{12 + 8} = 5,4$$
  $E_{1b} = 12 \frac{6}{12 + 8} = 3,6$   $E_{1c} = 12 \frac{5}{12 + 8} = 3$ 

$$E_{1b} = 12$$

$$2\frac{6}{12+8}=3,6$$

$$E_{1c} = 12 \frac{5}{12 + 8} = 3$$

$$E_{2a} = 8\frac{9}{12+8} = 3,6$$
  $E_{2b} = 8\frac{6}{12+8} = 2,4$   $E_{2c} = 8\frac{5}{12+8} = 2$ 

$$E_{2b} = 8 \frac{6}{12 + 8} = 2,4$$

$$E_{2c} = 8\frac{5}{12+8} = 2$$

Daraus berechnen wir

$$\chi^2 = \frac{(5-5,4)^2}{5,4} + \frac{(3-3,6)^2}{3,6} + \frac{(4-3)^2}{3} + \frac{(4-3,6)^2}{3,6} + \frac{(3-2,4)^2}{2,4} + \frac{(1-2)^2}{2}$$

$$\approx 1.16$$

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge: Temperature (1)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wir möchten mittels  $\chi$ -Merge Temperature in 3 diskrete Werte aufteilen.

Zuerst sortieren wir die Werte des Attributs *Temperature*. Je nach auf- bzw. absteigender Sortierung erhält man unterschiedliche Ergebnisse. Wir entscheiden uns für eine aufsteigende Sortierung. Reine Intervalle sind in der folgenden Tabelle bereits verbunden (siehe Anmerkungen).

<i>I</i> <sub>1</sub>	12	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	$C_y$	Cn	$E_{1y}$	E <sub>1n</sub>	$E_{2y}$	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
64	65	1	0	0	1	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
65	68-70	0	1	3	0	1	3	3	1	0,75	0,25	2,25	0,75	4,00
68-70	71	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00
71	72	0	1	1	1	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	0,75
72	75-81	1	1	3	0	2	3	4	1	1,60	0,40	2,40	0,60	1,88
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00

Wir wählen die Intervalle mit geringstem  $\chi^2$ -Wert aus, also die Intervalle [71, 71] und [72, 72], und verbinden diese zu [71, 72].

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge: Temperature (2)



Anschließend berechnen wir die  $\chi^2$ -Werte von [71, 72] und seinen benachbarten Intervalle neu. Alle anderen Werte können übernommen werden.

<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	N <sub>1</sub>	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	E <sub>1n</sub>	E <sub>2y</sub>	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
64	65	1	0	0	1	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2
65	68-70	0	1	3	0	1	3	3	1	0,75	0,25	2,25	0,75	4
68-70	71-72	3	0	1	2	3	3	4	2	2,00	1,00	2,00	1,00	3
71-72	75-81	1	2	3	0	3	3	4	2	2,00	1,00	2,00	1,00	3
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4

Diesmal verschmelzen wir [64, 64] und [65, 65] zu [64, 65]und berechnen anhand der veränderten Werte die benötigten Werte (s.o.) neu.

<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	A <sub>1y</sub>	A <sub>1n</sub>	$A_{2y}$	A <sub>2n</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	Cy	Cn	E <sub>1y</sub>	E <sub>1n</sub>	E <sub>2y</sub>	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
64-65	68-70	1	1	3	0	2	3	4	1	1,6	0,4	2,4	0,6	1,88
68-70	71-72	3	0	1	2	3	3	4	2	2	1	2	1	3
71-72	75-81	1	2	3	0	3	3	4	2	2	1	2	1	3
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4

Der  $\chi^2$ -Wert von [64, 65] und [68, 70] ist minimal, deshalb verschmelzen wir diese Intervalle zu [64, 70] und berechnen neu.

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge: Temperature (3)



	<i>I</i> <sub>1</sub>	<i>I</i> <sub>2</sub>	$A_{1y}$	A <sub>1n</sub>	$A_{2y}$	A <sub>2n</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	$C_y$	Cn	$E_{1y}$	E <sub>1n</sub>	E <sub>2y</sub>	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
64	1-70	71-72	4	1	1	2	5	3	5	3	3,13	1,88	1,88	1,13	1,74
71	1-72	75-81	1	2	3	0	3	3	4	2	2	1	2	1	3
75	5-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4

Wir verschmelzen [64, 70] und [71, 72] und erhalten damit die folgenden Intervalle: [64, 72], [75, 81] und [85, 85].

Offensichtlich können nicht alle möglichen Temperaturen einem dieser Intervalle zugeordnet werden (siehe auch Zusatzaufgabe davor). Aus diesem Grund müssen die entstandenen Intervalle angepaßt werden. Hierfür gibt es verschiedene Möglichkeiten diese Intervalle zu bearbeiten, u.a.

- ►  $(-\infty, 72]$ , (72, 81] und  $(81, \infty)$  oder
- $(-\infty, 75)$ , [75, 85) und [85,  $\infty$ ) oder
- $(-\infty, 73.5)$ , [73.5, 83) und [83,  $\infty$ ) usw.

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge: Humidity (1)



Für Humidity gehen wir analog vor, wobei diesmal die Diskretisierung nur 2 Werte ergeben soll.

<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	A <sub>1y</sub>	A <sub>1n</sub>	$A_{2y}$	A <sub>2n</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	Cy	Cn	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
65	70	1	0	2	1	1	3	3	1	0,75	0,25	2,25	0,75	0,44
70	75-80	2	1	3	0	3	3	5	1	2,50	0,50	2,50	0,50	1,20
75-80	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00
85	90	0	1	1	0	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
90	91-95	1	0	0	2	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	3,00
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3,00

Es werden [65, 65] und [70, 70] zu [65, 70] verbunden, anschließend wird neu berechnet.

<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	A <sub>1y</sub>	A <sub>1n</sub>	$A_{2y}$	A <sub>2n</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	Cy	Cn	$E_{1y}$	E <sub>1n</sub>	E <sub>2y</sub>	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
65-70	75-80	3	1	3	0	4	3	6	1	3,43	0,57	2,57	0,43	0,88
75-80	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00
85	90	0	1	1	0	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
90	91-95	1	0	0	2	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	3,00
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3,00

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge: Humidity (2)



Diesmal verschmelzen wir [65, 70] und [75, 80] zu [65, 80] und berechnen neu.

<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	A <sub>1y</sub>	A <sub>1n</sub>	$A_{2y}$	A <sub>2n</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	$C_y$	Cn	$E_{1y}$	E <sub>1n</sub>	E <sub>2y</sub>	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
65-80	85	6	1	0	1	7	1	6	2	5,25	1,75	0,75	0,25	3,43
85	90	0	1	1	0	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
90	91-95	1	0	0	2	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	3,00
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3,00

Wir wählen [85, 85] und [90, 90] aus und verschmelzen sie zu [85, 90]. Anschließend berechnen wir die fehlenden Werte.

<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	A <sub>1y</sub>	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	Cy	Cn	$E_{1y}$	$E_{1n}$	E <sub>2y</sub>	$E_{2n}$	$\chi^2$
65-80	85-90	6	1	1	1	7	2	7	2	5,44	1,56	1,56	0,44	1,15
85-90	91-95	1	1	0	2	2	2	1	3	0,5	1,5	0,5	1,5	1,33
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3

Es werden [65, 80] und [85, 90] zu [65, 90] verschmolzen und die benötigten Werte berechnet.

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden chi-merge: Humidity (3)



ſ	<i>I</i> <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	$A_{1y}$	A <sub>1n</sub>	$A_{2y}$	A <sub>2n</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	Cy	Cn	$E_{1y}$	E <sub>1n</sub>	E <sub>2y</sub>	E <sub>2n</sub>	$\chi^2$
Ī	65-90	91-95	7	2	0	2	9	2	7	4	5,73	3,27	1,27	0,73	4,28
l	91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3

Als letztes verschmelzen wir [91, 95] und [96, 96] und erhalten als Ergebnis die Intervalle [65, 90] und [91, 96].

### Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden Entropy-split (1)



Bei Entropy-split zerlegen wir eines der bestehenden Intervalle in jeweils zwei Teilintervalle, falls das zu zerlegende Intervall den niedrigsten E-Score (Berechnung von Entropy-split ist äquivalent zu diesem Maß) aufweist.

E-Score ist wiederum äquivalent zu Information-Gain. Beide Maße und deren Berechnung wurden bereits ausführlich in den Übungen über Entscheidungsbäume besprochen. Aus diesem Grund werden wir nicht weiter auf deren Berechnung eingehen.

# **Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden Entropy-split: Temperature** (1)



Wir sortieren zunächst die Attributwerte (aufsteigend).

	A<	Wert	A≥	Wert	
Wert	positiv	negativ	positiv	negativ	E-Score
64	0	0	8	4	0,918
65	1	0	7	4	0,867
68	1	1	7	3	0,901
69	2	1	6	3	0,918
70	3	1	5	3	0,907
71	4	1	4	3	0,876
72	4	2	4	2	0,918
75	5	3	3	1	0,907
81	7	3	1	1	0,901
85	8	3	0	1	0,775

Der Teilungspunkt 85 hat den besten (niedrigsten) E-Score. Wir teilen das Intervall  $(-\infty,\infty)$  in  $(-\infty,85)$  und  $[85,\infty)$  auf.

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden Entropy-split: Temperature (2)



	A<	Wert	A≥	Wert	
Wert	positiv	negativ	positiv	negativ	E-Score
64	0	0	8	3	0,845
65	1	0	7	3	0,801
68	1	1	7	3	0,807
69	2	1	6	2	0,840
70	3	1	5	2	0,844
71	4	1	4	2	0,829
72	4	2	4	1	0,829
75	5	3	3	0	0,694
81	7	3	1	0	0,801
85	0	0	0	1	-

Jetzt ist 75 der beste Teilungspunkt.

Wir zerlegen das Intervall  $(-\infty, 85)$  in  $(-\infty, 75)$  und [75, 85). Demnach sieht die Diskretisierung von Temperature wie folgt aus:  $(-\infty, 75)$ , [75, 85) und  $[85, \infty)$ .

# **Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden Entropy-split: Humidity** (1)



	A<	Wert	A≥	Wert	
Wert	positiv	negativ	positiv	negativ	E-Score
65	0	0	8	3	0,918
70	1	0	7	4	0,867
75	3	1	5	3	0,907
80	4	1	4	3	0,876
85	6	1	2	3	0,750
90	6	2	2	2	0,874
91	7	2	1	2	0,803
95	7	3	1	1	0,867
96	7	4	1	0	0,801

Wir teilen das Intervall  $(-\infty, \infty)$  in  $(-\infty, 86)$  und  $[86, \infty)$  auf.

# Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden Vergleich (1)



Nun gehen wir noch kurz auf den Vergleich der Ergebnisse ein:

Da man nicht weiß, wie die numerischen Daten des originalen Datensatzes diskretisiert wurden, kann man hier keine genaue Aussage treffen. Daher kann man sich nur die Unterschiede zwischen den einzelnen Methoden und den Originaldaten anschauen (diese sind rot markiert):

ID	outlook	temperature	equal-width	equal-frequency	chi-merge	entropy-split
1	sunny	hot	hot	hot	hot	hot
2	rainy	mild	cool	mild	cool	cool
3	rainy	cool	cool	cool	cool	cool
4	rainy	cool	cool	cool	cool	cool
5	overcast	cool	cool	cool	cool	cool
6	sunny	mild	mild	mild	cool	cool
7	sunny	cool	cool	cool	cool	cool
8	rainy	mild	mild	hot	mild	mild
9	sunny	mild	mild	hot	mild	mild
10	overcast	mild	mild	mild	cool	cool
11	overcast	hot	hot	hot	mild	mild
12	rainy	mild	mild	mild	cool	cool

# **Aufgabe 2: Diskretisierungsmethoden Vergleich** (2)



ID	outlook	humidity	equal-width	equal-frequency	chi-merge	entropy-split
1	sunny	high	high	high	normal	high
2	rainy	high	high	high	high	high
3	rainy	normal	normal	normal	normal	normal
4	rainy	normal	normal	normal	normal	normal
5	overcast	normal	normal	normal	normal	normal
6	sunny	high	high	high	high	high
7	sunny	normal	normal	normal	normal	normal
8	rainy	normal	normal	normal	normal	normal
9	sunny	normal	normal	normal	normal	normal
10	overcast	high	high	high	normal	high
11	overcast	normal	normal	normal	normal	normal
12	rainy	high	high	high	high	high