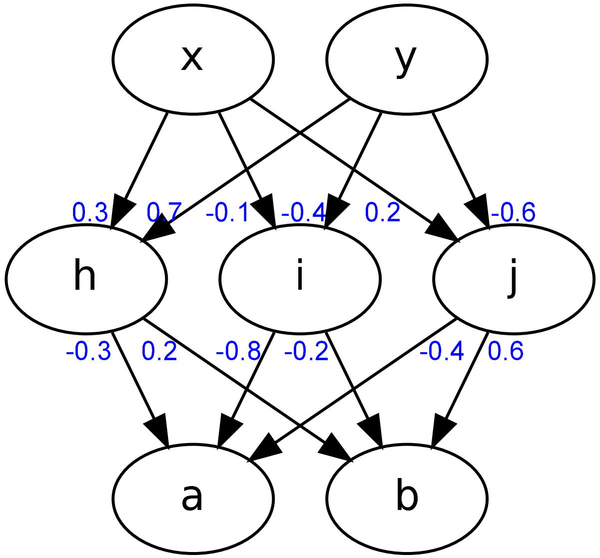
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Beispiellösung für das 6. Übungsblatt (06.02.2012)

Aufgabe 1 Neuronale Netze

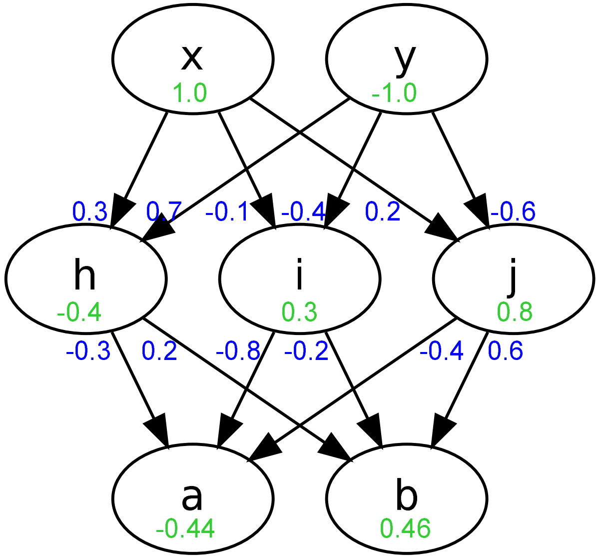
Gegeben sei folgendes Neuronales Netz mit der Identität als Aktivierungsfunktion, d.h. $g(x) = x$.



$W_{x,h} = 0.3$ $\quad W_{h,a} = -0.3$
$W_{x,i} = -0.1$ $\quad W_{i,a} = -0.8$
$W_{x,j} = 0.2$ $\quad W_{j,a} = -0.4$
$W_{y,h} = 0.7$ $\quad W_{h,b} = 0.2$
$W_{y,i} = -0.4$ $\quad W_{i,b} = 0.2$
$W_{y,j} = -0.6$ $\quad W_{j,b} = 0.6$

a) Berechnen Sie die Outputs (a, b) für die Eingabe $x = 1$ und $y = -1$. Geben Sie auch alle relevanten Zwischenresultate an (z.B. die Aktivierung der Zwischenknoten).

Berechnen Sie die Outputs (a, b) für die Eingabe $x = 1$ und $y = -1$. Geben Sie auch alle relevanten Zwischenresultate an (z.B. die Aktivierung der Zwischenknoten).



$$in_h = W_{x,h} \cdot x + W_{y,h} \cdot y = 0.3 \cdot 1 + 0.7 \cdot (-1) = -0.4$$
$$in_i = W_{x,i} \cdot x + W_{y,i} \cdot y = -0.1 \cdot 1 + (-0.4) \cdot (-1) = 0.3$$
$$in_j = W_{x,j} \cdot x + W_{y,j} \cdot y = 0.2 \cdot 1 + (-0.6) \cdot (-1) = 0.8$$

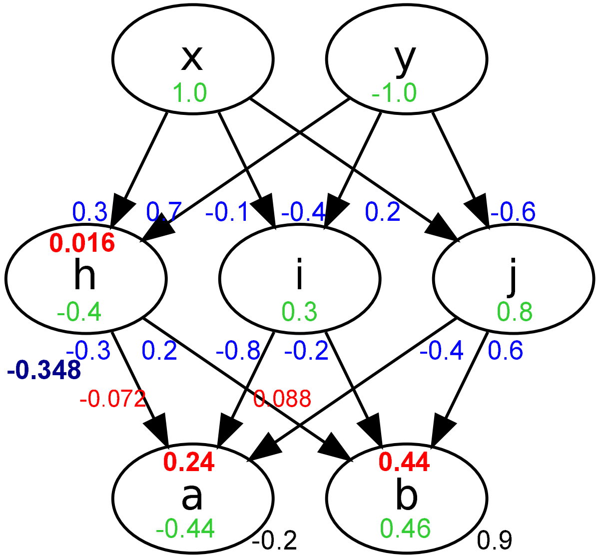
Die angegebene Aktivierungsfunktion $g(x) = x$ gibt die Aktivierungswerte unverändert weiter, d.h. $out_x = in_x$.

$$\begin{aligned} in_a &= W_{h,a} \cdot out_h + W_{i,a} \cdot out_i + W_{j,a} \cdot out_j \\ &= (-0.3) \cdot (-0.4) + (-0.8) \cdot 0.3 + (-0.4) \cdot 0.8 = -0.44 \\ in_b &= W_{h,b} \cdot out_h + W_{i,b} \cdot out_i + W_{j,b} \cdot out_j \\ &= 0.2 \cdot (-0.4) + 0.2 \cdot 0.3 + 0.6 \cdot 0.8 = 0.46 \end{aligned}$$

Die Ausgabewerte bleiben wiederum unverändert.

b) Nehmen Sie nun an, dass das Netzwerk für obigen Input $(x, y) = (1, -1)$ die Ausgabe $(a, b) = (-0.2, 0.9)$ liefern soll. Die Lernrate sei $\alpha = 0.5$.

Nehmen Sie nun an, dass das Netzwerk für obigen Input $(x, y) = (1, -1)$ die Ausgabe $(a, b) = (-0.2, 0.9)$ liefern soll. Die Lernrate sei $\alpha = 0.5$.



1. Berechnen Sie die Fehlerterme Δ_a und Δ_b

$$
\begin{aligned}
g'(x) &= 1 \\
\Delta_a &= Err_a \cdot g'(in_a) = (-0.2 - (-0.44)) \cdot 1 = 0.24 \\
\Delta_b &= Err_b \cdot g'(in_b) = (0.9 - 0.46) \cdot 1 = 0.44
\end{aligned}
$$

2. Berechnen Sie die Fehlerrate Δ_h

$$
\begin{aligned}
\Delta_h &= W_{h,a} \cdot \Delta_a \cdot g'(in_h) + W_{h,b} \cdot \Delta_b \cdot g'(in_h) \\
&= (-0.3) \cdot 0.24 + 0.2 \cdot 0.44 = -0.072 + 0.088 = 0.016
\end{aligned}
$$

3. Berechnen Sie die Gewichtsänderung für das Gewicht $W_{h,a}$

   $W_{h,a} \leftarrow W_{h,a} + \alpha \cdot \Delta_a \cdot out_h = -0.3 + 0.5 \cdot 0.24 \cdot (-0.4) = -0.348$

   Diese würde beim gleichen Eingangsbeispiel das Ausgangssignal $out_a (= in_a)$ um $(-0.348 \cdot -0.4) - (-0.3 \cdot -0.4) = 0.1392 - 0.12 = 0.0192$ zum gewünschten Signal -0.2 verschieben.

c) Angenommen, Sie können den Hidden Layer dieses Netzes beliebig vergrößern. Welche Art von Funktionen könnten Sie dann in den Outputs a und b zumindest lernen? Was ändert sich, wenn beliebige Aktivierungsfunktionen verwendet werden können?

Angenommen, Sie können den Hidden Layer dieses Netzes beliebig vergrößern. Welche Art von Funktionen könnten Sie dann in den Outputs a und b zumindest lernen? Was ändert sich, wenn beliebige Aktivierungsfunktionen verwendet werden können?

Mit der Identität als Aktivierungsfunktion stellt jedes Neuron eine Linearkombination ihrer Eingaben dar. Da Linearkombinationen von Linearkombinationen wiederum Linearkombinationen sind, können im ersten Fall nur lineare Funktionen gelernt werden. Ist jede beliebige Aktivierungsfunktion erlaubt, können alle stetigen Funktionen gelernt werden.