

Colley's Method

by Sven Bräutigam



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Überblick



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Kurzer geschichtlicher Hintergrund
2. Motivation
3. Funktionsweise
4. Anwendung
5. Eigenschaften & Kritik
6. Colley vs Massey



Hintergrund

Hintergrund



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wesley Colley:

- Astrophysiker
- Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics
- M.I.T's Lincoln Laboratory



Hintergrund



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

College Football nationale Meisterschaften:

- Meisterschaften festgelegt durch die „Bowl Games“
- bis 1998 Ranking durch Presse-Autoren und Coaches

Hintergrund



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

College Football nationale Meisterschaften:

- 1998 Einführung der BCS durch die NCAA
- Computergestützte Rankings und Umfrageergebnisse
- Seit 2001 wird Colley's Method in der BCS eingesetzt



Motivation

Motivation



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- 1990 Zwiespalt bei Wahl des nationalen Champions
 - 1997 erneut Zwiespalt
- computergestütztes Ranking

Motivation



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Computergestützte Rankings als byzantinische Blackboxen

→ transparentes Ranking



Funktionsweise

Funktionsweise



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wie funktioniert Colley's Method?

- Basiert auf: $r_i = \frac{w_i}{t_i}$

Funktionsweise



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Probleme:
 1. Gleiches Rating für mehrere Teams
 2. Stärke des Teams wird nicht berücksichtigt
 3. Ungewöhnliche Fälle

Funktionsweise



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Um die genannten Probleme zu umgehen:

$$r_i = \frac{1+w_i}{2+t_i}$$

→ Jedes Team startet bei 0.5

→ Ranking $\neq 0$ bei verlorenem Spiel

Funktionsweise



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wie kann ich die Stärke meiner besiegten Gegner einfließen lassen?

$$w_i = \frac{w_i - l_i}{2} + \sum_{j \in O_i} r_j$$

Funktionsweise



Insgesamt erhält man damit folgendes Rating:

$$r_i = \frac{1 + \frac{w_i - l_i}{2} + \sum_{j \in O_i} r_j}{2 + t_i}$$

- Lässt sich als LGS formulieren: $C \cdot r = b$



Anwendung

Anwendung



- Beispiel:

	Duke	Miami	UNC	UVA	VT	Record
Duke		7-52	21-24	7-38	0-45	0-4
Miami	52-7		34-16	25-17	27-7	4-0
UNC	24-21	16-34		7-5	3-30	2-2
UVA	38-7	17-25	5-7		14-52	1-3
VT	45-0	7-27	30-3	52-14		3-1

Anwendung



Führt zu folgendem LGS:

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 6 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 6 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{Duke} \\ r_{Miami} \\ r_{UNC} \\ r_{UVA} \\ r_{VT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Anwendung



Nach Lösen des LGS erhält man das Ranking:

$$\begin{pmatrix} r_{Duke} \\ r_{Miami} \\ r_{UNC} \\ r_{UVA} \\ r_{VT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.21 \\ 0.79 \\ 0.5 \\ 0.36 \\ 0.65 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

Rang	Name
1.	Miami
2.	VT
3.	UNC
4.	UVA
5.	Duke



Eigenschaften & Kritik

Eigenschaften & Kritik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Was fällt auf bei Colley's Method?

- Verbesserung eines Teams führt zur Verschlechterung eines anderen Teams
- Auch für nicht-sportliche Bereiche nutzbar

Eigenschaften & Kritik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Was könnte man kritisieren?

- Spielergebnisse sind irrelevant

Ist das wirklich ein Negativpunkt?

- führt zu einem *bias* freiem Ratingsystem



Colley vs Massey

Colley vs Massey



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Aus der Massey-Matrix kann die Colley-Matrix erzeugt werden:

$$C = 2 \cdot I + M$$

Colley vs Massey



Gegeben ist folgendes Filmrating

	Avengers 2	Hangover	Der Butler	Frozen
Jürgen	5	4	3	0
Hayo	5	5	3	1
Dieter	0	0	0	5
Gerhard	0	0	2	0
Waldemar	4	0	0	3
Dirk	1	0	0	4

Colley vs Massey



Man erhält damit folgende Matrizen:

$$M = \begin{pmatrix} 7 & -2 & -2 & -3 \\ -2 & 5 & -2 & -1 \\ -2 & -2 & 5 & -1 \\ -3 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 9 & -2 & -2 & -3 \\ -2 & 7 & -2 & -1 \\ -2 & -2 & 7 & -1 \\ -3 & -1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

Colley vs Massey



Die Vektoren b und p sind gegeben durch:

$$b = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Colley vs Massey



Nach Auflösen der beiden LGS entsteht folgendes Ranking:

Movie	Colley	Massey
Avengers 2	1	2
Hangover	2	1
Der Butler	4	3
Frozen	3	4

Colley vs Massey



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fazit:

- Colley und Massey erzeugen unterschiedliche Rankings
 - Basiert auf den verwendeten Informationen (hier Filmratings)
- Colley ist breiter anwendbar



Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Fragen?