

# KE und Lernen in Spielen

Institut für Sportwissenschaft  
Technische  
Universität Darmstadt

Prof. Fürnkranz

SS 2010 - Dienstag, 16:15 – 17:55 Uhr



## Jigsaw Puzzle

Manuel Hiemenz

11. Mai 2010

# Problemaufriss

- Puzzle Definition
  - Mechanisches Geduldspiel → Legespiel
- Puzzletechnik
  - Eckteile und Randstücke werden gesucht
  - Markante Bildteile → klare Farben und/oder Konturen
  - Verschiedene Sortiermöglichkeiten

Wie kann dies in einem Algorithmus festgelegt werden?

# Gliederung

---

## 1. Altman 1989

1.1 Einleitung

1.2 Überblick

1.3 Methoden

## 2. Goldberg et al. 2004

2.1 Einleitung

2.2 Überblick

2.3 Methoden

# 1.1 Altman (1989) - Einleitung

- Jigsaw Puzzle Problem (JPP)
- Teile → signifikante Punkte  
→ Ränder
- Möglichkeiten zum Drehen,  
Umsetzen, Verrücken &  
Verschieben, so dass die Teile  
ohne Lücken und  
Überschneidungen  
zusammenpassen

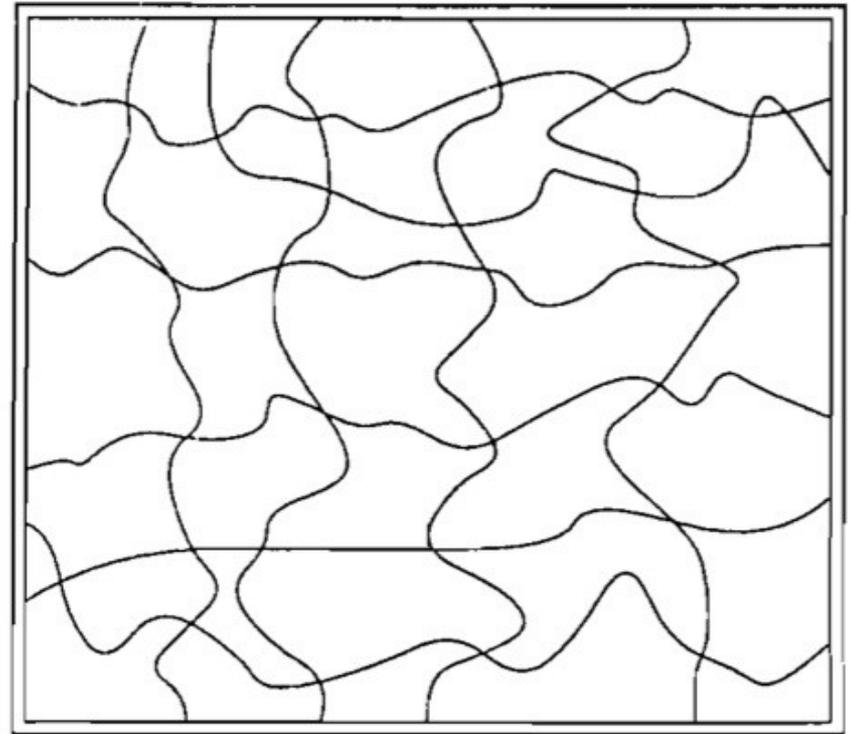


FIGURE 1. A randomly generated jigsaw puzzle.

## 1.2 Altman (1989) – Überblick (1)

- Beschränkung des JPP zu einer besonderen Klasse
  - Rechteckigen Bereich  $b$
  - $n$  Anzahl von Teilen mit der Höhe 2
  - Summe der Fläche der Teile ist 4
  - Entscheidung / Festlegung, ob Teile  $h = 2$  oder  $h = 0$
  - Versuch Darstellung / Abbildung der Teile ohne Lücken und Überschneidungen in einem Bereich

## 1.2 Altman (1989) – Überblick (1)

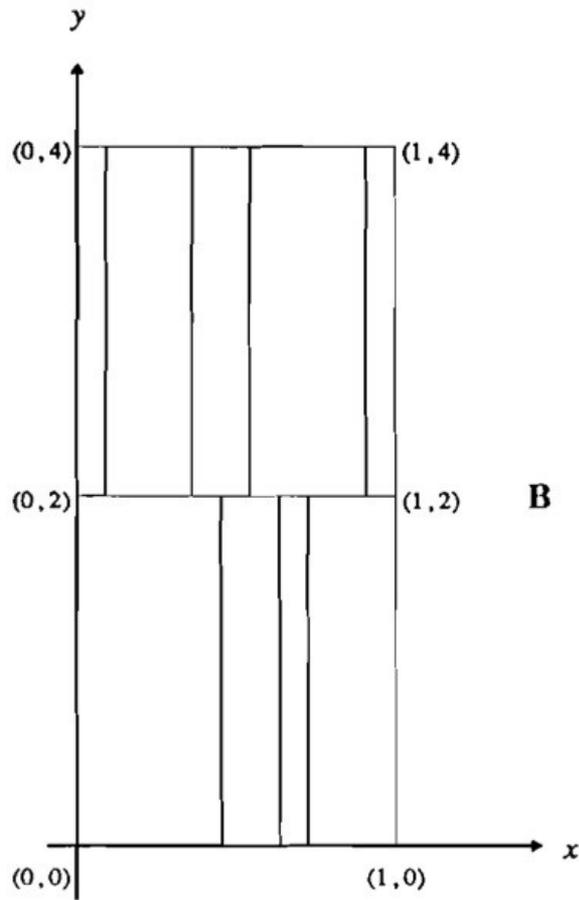


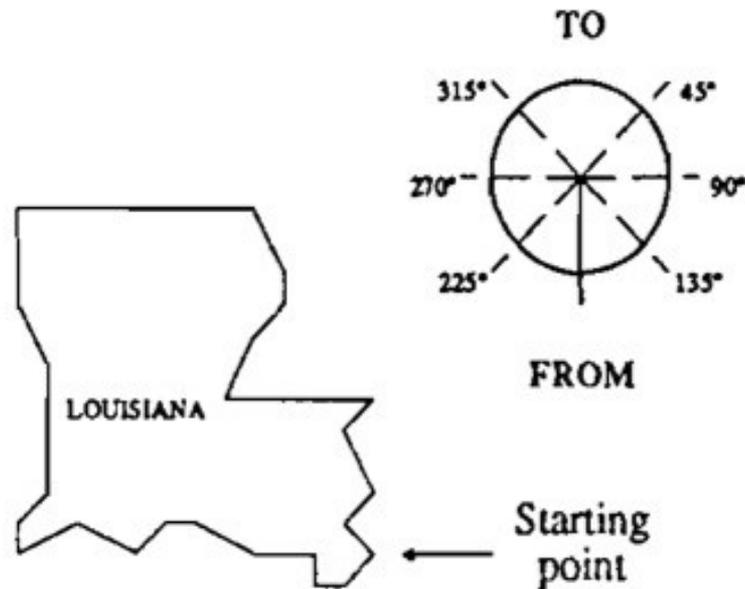
FIGURE 2. Example of an NP-complete JPP.

- Set partition Problem (SPP)
  - Vorausgesetzt die Menge kann halbiert werden
  - Eine gegebene Menge wird in einer Teilmenge dargestellt
- NP - Problem

## 1.3 Altman (1989) – Methode (1)

- Ansatz von Freeman und Garder (1964)
  - Kurvenförmige Grenzen werden in Linien unterteilt
  - Anfangspunkt → Linie bis zum Wendepunkt → nächste Linie, die am Endpunkt des Vorherigen startet
- Problem
  - Freeman Ansatz ist Rotationsabhängig → absolute Richtungen
  - Durch Drehung des Puzzleteiles ändern sich die Richtungsangaben
- Altman Ansatz
  - Relative Richtungen (Rotationsunabhängig)
  - Linien sind abhängig von Winkelangaben

## 1.3 Altman (1989) – Methode (2)



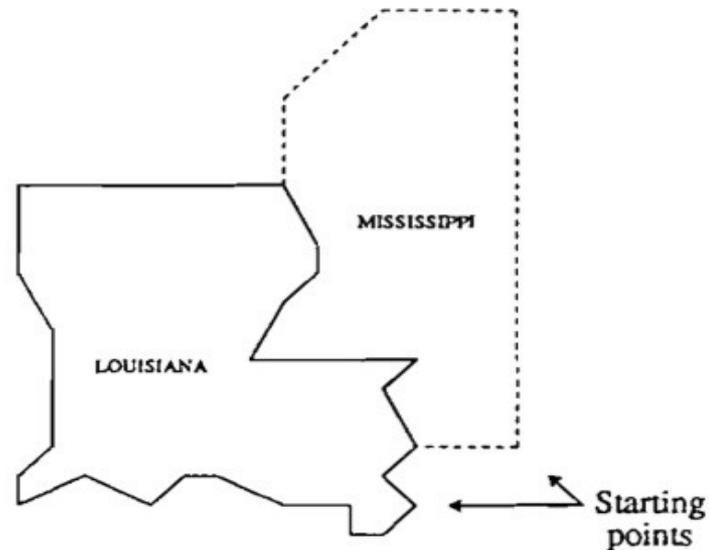
The counterclockwise ( $\alpha, d$ )-encoding for LOUISIANA is:

270,2,90,2,300,5, 60,2,225,25,120,5,15,2,315,1,330,5, 300,64,270,9,330,5,  
30,16,45,2,315,1,240,5,60,5,285,2,45,1,30,5,330,2,90,1,270,1,315,2

## 1.3 Altman (1989) – Methode (3)

- Zwei codierte Teile (Puzzleteile werden durch die Variablen beschrieben)
- Vergleicht das längste gemeinsame Ebenbild / Muster zwischen zwei Teilen
  - Uhrzeigersinn  $\leftarrow \rightarrow$  Gegenuhrzeigersinn
- Bestimmung der Positionen des längsten Muster durch die Technik von Weiner  $\rightarrow$  „position tree“
- Umkodierung

## 1.3 Altman (1989) – Methode (4)



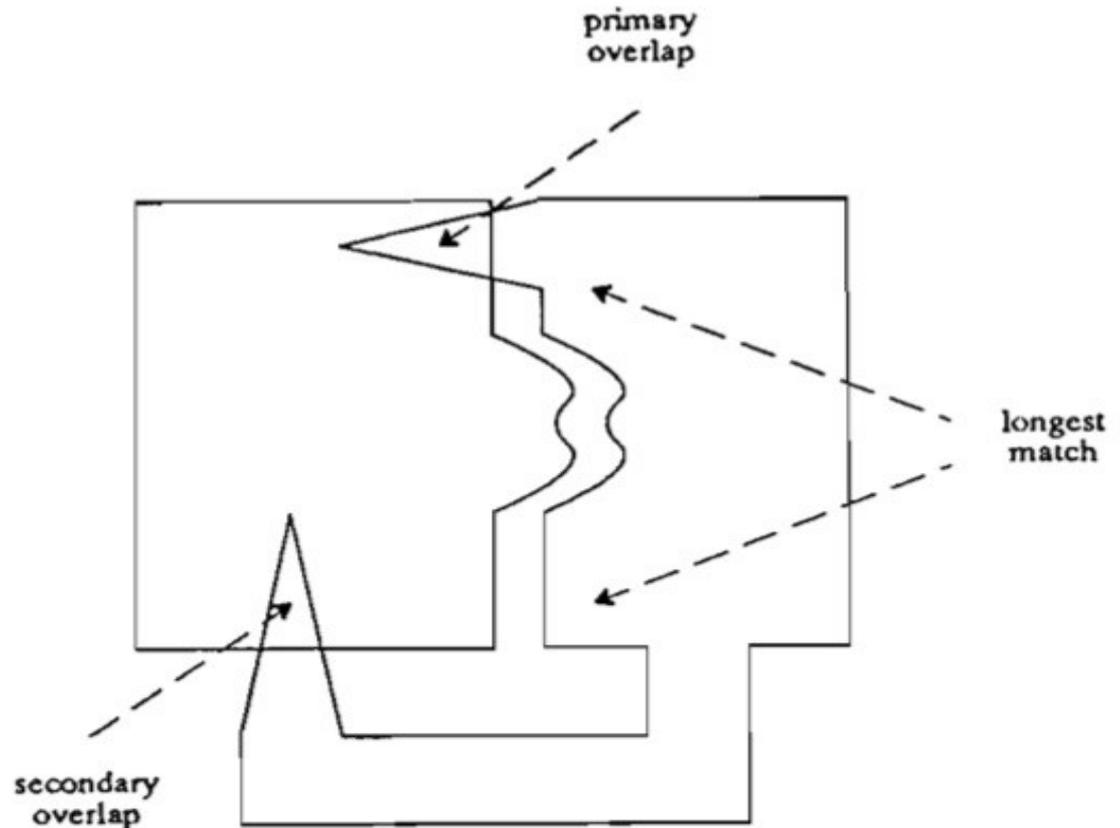
The clockwise  $(360 - \alpha, d)$ -encoding for MISSISSIPPI is:  
90,9,60,5, 60,2,225,25,120,5,15,2,315,1,330,5, 30,9,45,18,45,16,90,225

The counterclockwise  $(\alpha, d)$ -encoding for the fused shape is:  
270,2,90,2,45,9,270,225,270,16,315,18,315,9,90,64,270,9,330,5, ... (unchanged)

**FIGURE 3. The matching of two shapes.**

## 1.3 Altman (1989) – Methode (5)

- Problem bei Überschneidungen



**FIGURE 4. Primary and secondary overlaps.**

## 1.3 Altman (1989) – Methode (6)

### ▪ Tests an Hand von zwei Algorithmen

#### (1) Längste Verknüpfung auf Grundlage der Technik von Weiner (1973)

- Erste Phase → Kodierung der Muster → Strings
- Zweite Phase → längstes Muster zwischen zwei Formen wird analysiert

#### (2) Anwendung der längsten Verknüpfungsprozedur

```
Compute the  $(\alpha, d)$ -encodings for the  $m$  puzzle pieces;  
For  $i = 1$  to  $m - 1$ .  
    Find  $L$ , the piece with the longest  $(\alpha, d)$ -encoding;  
    Find the best match between  $L$  and the remaining  $m - i$  pieces;  
    Fuse  $L$  and the piece with the best (longest) match;  
    Adjust the  $(\alpha, d)$ -code of the 'new'  $L$   
End for.
```

# 1.3 Altman (1989) – Methode (7)

**TABLE 1.** Length of Strings vs. Time to Find Longest Match

Length of strings		Execution time (s)
1	2	
29	27	0.004
51	43	0.017
76	55	0.025
103	92	0.029
156	101	0.034
255	211	0.045
337	293	0.051

**TABLE 2.** Number of Pieces vs. Puzzle Assembly Time

Number of pieces <sup>a</sup>	Time required for assembly (s)
6	0.6
8	0.9
10	1.5
12	2.1
14	2.7
16	4.0
18	6.1
20	7.9
22	10.8
24	13.5

<sup>a</sup>The average number of points per piece is 35.

## 2.1 Goldberg (2004) - Einleitung (1)

- Bisher keine effizienten und zuverlässigen Algorithmen
- Zwei Schwierigkeiten
  - Kombinationen: große Anzahl von Möglichkeiten an Puzzlewegen
  - Geometrie: passen die komplementären Teile wirklich zusammen
- Reales Spiel → „klicken“ bei passenden Teilen
- Virtuelles Spiel → nicht präzise genug für eine solche Bestimmung

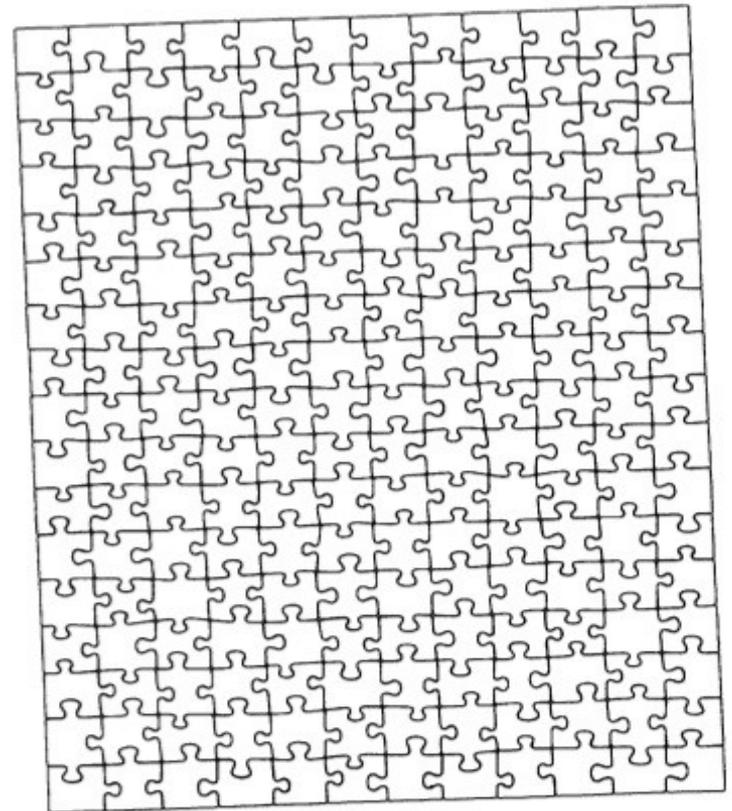
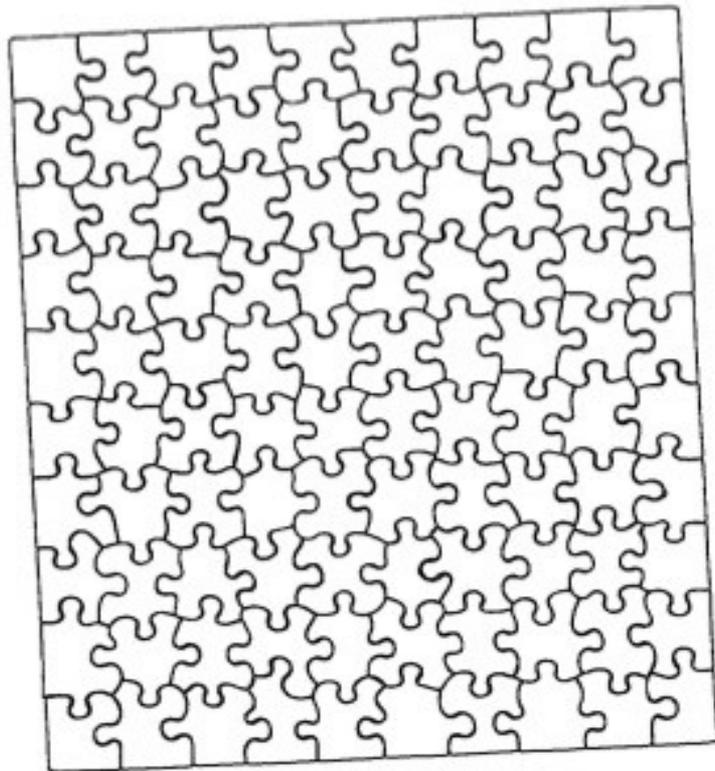
## 2.1 Goldberg (2004) - Einleitung (2)

- Standard Regeln/Format beim Jigsaw Puzzle
  - (1) Puzzle muss rechteckige Grenzen haben
  - (2) Rechteckiges Raster → vier eindeutige Nachbarn
  - (3) Verankerung der eindeutigen Nachbarn durch Tabs
  - (4) Jedes Puzzleteil hat seinen eigenen Nachbar, zwei Puzzlestücke können aber auch nur einen Nachbar haben

## 2.1 Goldberg (2004) - Einleitung (3)

- Nutzen des Ansatzes von Wolfson (1988)
  - Lösen der Grenzen, dann Füllung des Inneren
  - Lokale Geometrie → paarweise Zuordnung von Teilen
  - Verlässt sich auf Teile mit eindeutigen vier Seiten, daher keine Lösung eines Puzzle mit Regel 4
- Weiterführung durch verfeinerte Teilschritte
  - Globale Geometrie → Aufrechterhaltung einer geometrischen Einbindung der besten Teillösung
  - Lösungen für 100er und 204er Puzzle

## 2.1 Goldberg (2004) - Einleitung (4)



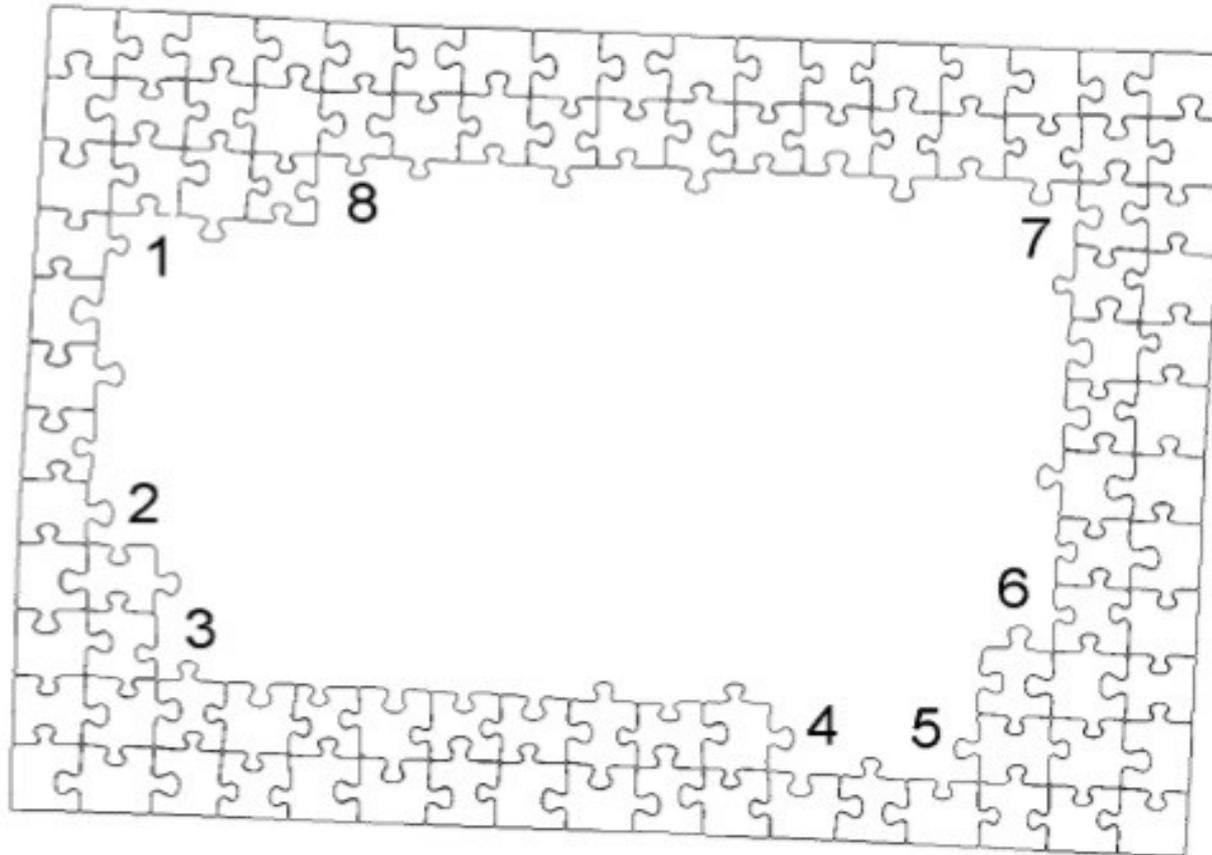
## 2.2 Goldberg (2004) - Überblick (1)

- Zunächst Betrachtung der Grenzteile, mit einer Heuristik für das Problem des Handlungsreisenden
- Gehen nicht davon aus, dass Teile eindeutige Seiten haben  
→ umfassende Abgleichungstechnik
- Nutzen „fiducial points“, um die beste Translation und Rotation eines Teiles zur Verknüpfung zu finden
- Es gibt weitere Techniken ...

## 2.2 Goldberg (2004) - Überblick (2)

- „Highest-confidence-first order“
  - Leere Positionen einer geeigneten Stelle aufrufen, die mindestens zwei primäre Nachbarn bereits gesetzt hat
  - Sind Eckteile gesetzt, gibt es vier geeignete Stellen
  - Schritt für Schritt wird die Stelle gefüllt, die den höchsten Anteil der Auswertung des besten passenden Teiles, zum zweiten passenden Teil hat
  - Nach der Setzung eines Teiles, wird die Einbindung aller Teile wieder optimiert

## 2.2 Goldberg (2004) - Überblick (3)



## 2.3 Goldberg (2004) – Ränder, Nasen, Kerben (1)

- Zuerst werden Kerben, dann Nasen gesucht
- Kriterien
  - Wendepunkte
  - Tangenten → Überschneidung → Center
  - Center liegt außerhalb → Nase
  - Center liegt innerhalb → Kerbe
- Ränder durch Überprüfung auf Kerben und Nasen

## 2.3 Goldberg (2004) – Ränder, Nasen, Kerben (2)

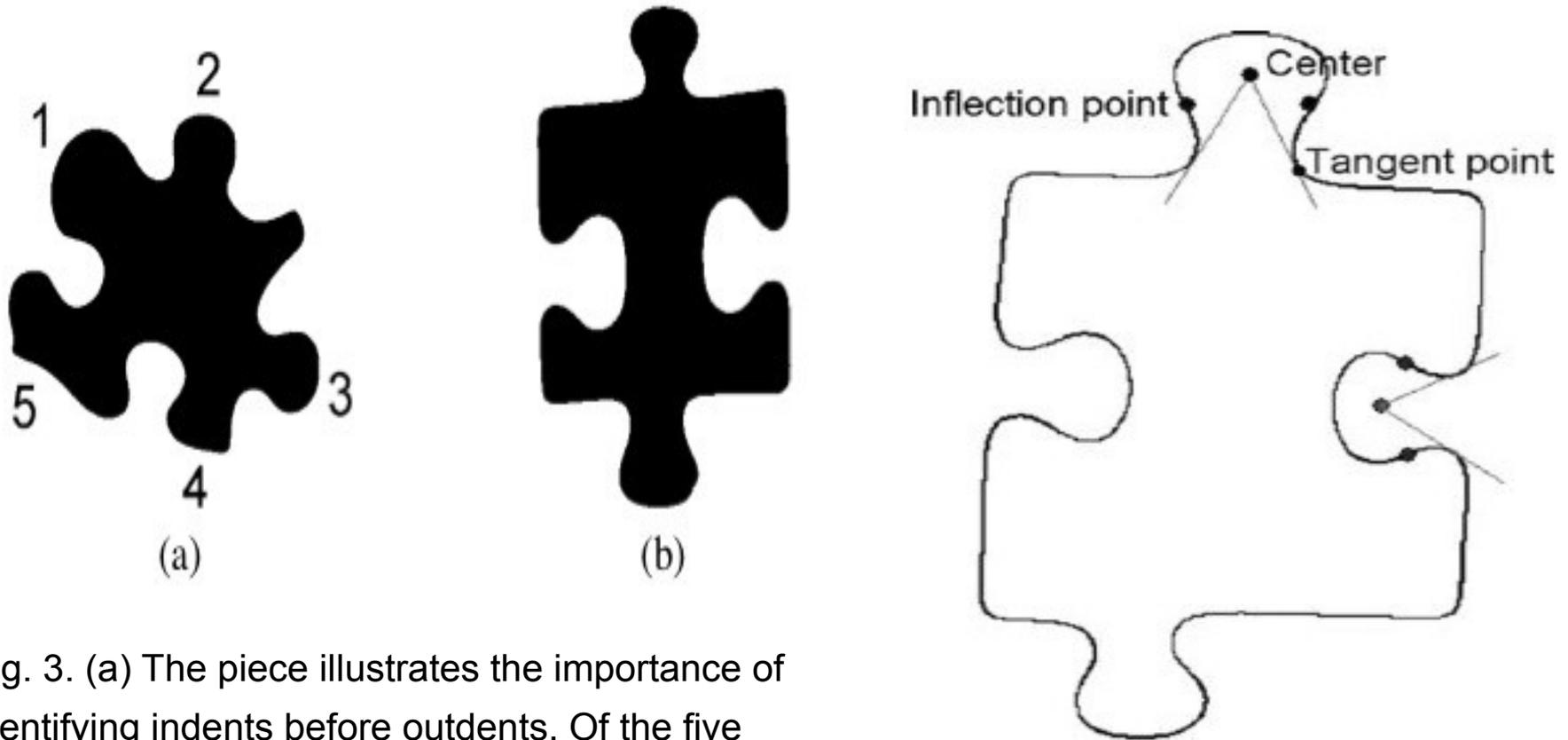


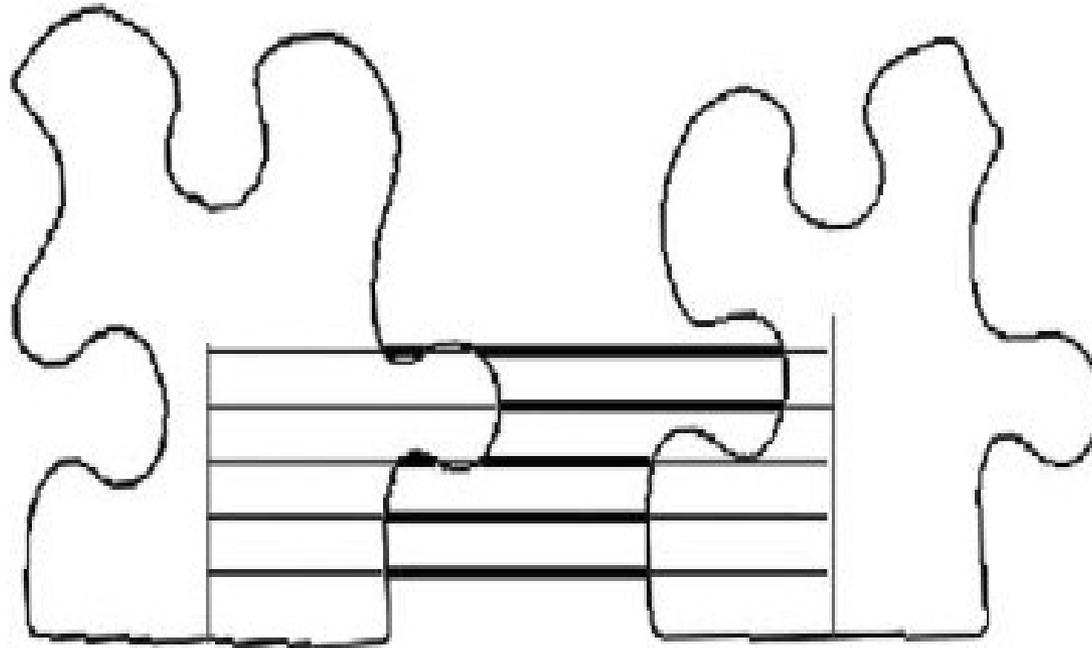
Fig. 3. (a) The piece illustrates the importance of identifying indents before outdents. Of the five possible outdents, only 2 and 3 are genuine.

(b) The piece has some long straight stretches that are not straight sides.

## 2.3 Goldberg (2004) – Zusammensetzung (1)

- Vorgehensweise
  - Eckteile → zwei gerade Seiten unten und rechts
  - Randteil hat rechten und linken Nachbarn
  - Überprüfung der Randstruktur
  - Kriterium: Kerbe → Kerbe oder Nase → Nase fliegt raus
  - Überprüfung passt Kerbe ← → Nase

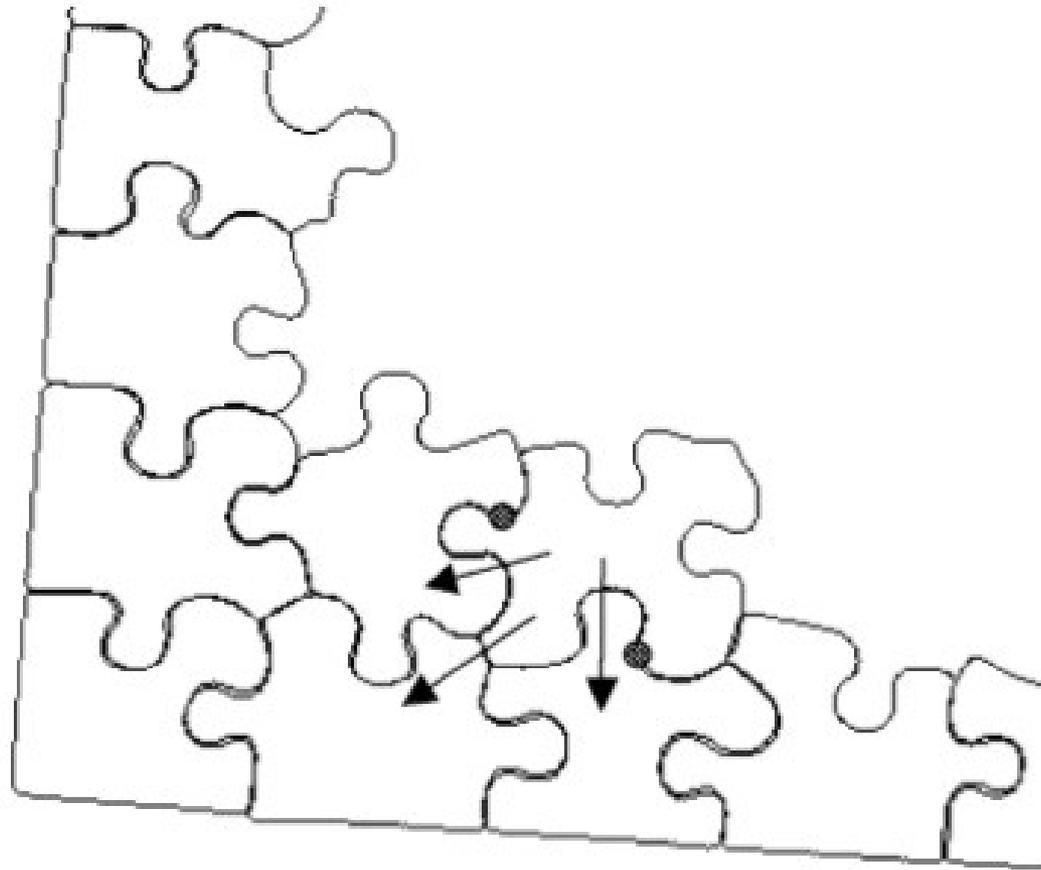
## 2.3 Goldberg (2004) – Zusammensetzung (2)



## 2.3 Goldberg (2004) – Zusammensetzung (3)

- Ellipse verbindet Wendepunkte um den Centerpoint
- Übereinstimmung der Ellipse zwischen einer Kerbe und einer Nase
- Innenstücke
  - s.O.
  - Betrachtung des Bereiches zwischen den Tangentialpunkten (Abb.)
  - Setzt passendes Stück erst, wenn auch die Überprüfung des Nachbarn erfolgreich war (globale Geometrie)

## 2.3 Goldberg (2004) – Zusammensetzung (4)



# Schlussbemerkungen

---

- Vergleich Altman vs. Goldberg
  - Verschiedene Arten von Puzzle
  - Goldberg: Puzzle mit 100 Teilen → 3min
  - Puzzle mit 204 Teilen → 20min
  
- Erweiterungen durch Farberkennung, Texturen
  - Problem: Farbänderung exakt entlang der Schnittlinie
  
- Problem der eindeutigen / einzigartigen Teile

# Literatur

Solving the Jigsaw Puzzle Problem in Linear Time (T. Altman),  
Applied Artificial Intelligence, 3(4):453-462, 1989.

A global approach to automatic solution of jigsaw puzzles.  
(Goldberg, D. ; Malon, C.; Bern, M. W.) Computational Geometry.  
2004 June; 28 (2): 165-174.



---

# Noch Fragen ???

---

**Vielen Dank  
für Ihre Aufmerksamkeit!**