TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Beispiellösung für das 2. Übungsblatt (12.05.2009)

Aufgabe 2.1 Heuristische Suche

Wir beginnen mit $n_0 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & s & s & \\ \hline\end{array}$ und expandieren diesen Knoten. Als Nachfolger ergeben sich:

$n_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & s & s & w \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 5 \rightarrow f(n) = 7$
$n_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 1, h = 2.5 \rightarrow f(n) = 3.5$
$n_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & s & & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 1, h = 3 \rightarrow f(n) = 4$

Der Knoten n_2 wird im nächsten Schritt selektiert und expandiert, da es den kleinsten Evaluations-Wert hat. Die Expansion ergibt:

$n_{21} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & & w & w & s & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 3, h = 1 \rightarrow f(n) = 4$
$n_{22} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & & w & w & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3.5 \rightarrow f(n) = 5.5$
$n_{23} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & w & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3 \rightarrow f(n) = 5$
$n_{24} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & s & & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3 \rightarrow f(n) = 5$
$n_{25} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & s & s & \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3.5 \rightarrow f(n) = 5.5$

Da die Knoten n_{24} und n_{25} bereits mit geringeren bisherigen Kosten erzeugt wurden (d.h. $g(n_3) \leq g(n_{24})$ und $g(n_0) = 0 \leq g(n_{25})$), werden sie geprunt und unsere Fringe besteht nun aus den folgenden Knoten:

$n_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & s & s & w \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 5 \rightarrow f(n) = 7$
$n_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & s & & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 1, h = 3 \rightarrow f(n) = 4$
$n_{21} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & & w & w & s & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 3, h = 1 \rightarrow f(n) = 4$
$n_{22} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & & w & w & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3.5 \rightarrow f(n) = 5.5$
$n_{23} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & w & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3 \rightarrow f(n) = 5$

Da wir nun zwei Knoten (n_3 und $_{21}$) mit Bewertung 4 haben, wählen wir zufällig einen aus, z.B. n_3. Die Expansion ergibt:

$n_{31} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & & w & s & w & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 3, h = 4.5 \rightarrow f(n) = 7.5$
$n_{32} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & s & w & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 4 \rightarrow f(n) = 6$
$n_{33} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 2.5 \rightarrow f(n) = 4.5$
$n_{34} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & w & s & s & \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3.5 \rightarrow f(n) = 5.5$

Auch hier werden die die letzten beiden Knoten ignoriert, die Fringe lautet nun:

$n_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & s & s & w \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 5 \rightarrow f(n) = 7$
$n_{21} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & & w & w & s & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 3, h = 1 \rightarrow f(n) = 4$
$n_{22} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & & w & w & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3.5 \rightarrow f(n) = 5.5$
$n_{23} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & w & s & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 3 \rightarrow f(n) = 5$
$n_{31} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & & w & s & w & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 3, h = 4.5 \rightarrow f(n) = 7.5$
$n_{32} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline w & s & w & & s & w & s \\ \hline\end{array}$ $g(n) = 2, h = 4 \rightarrow f(n) = 6$

Die Wahl des nächsten Knotens ist wieder eindeutig, d.h. n_{21} wird expandiert:

$n_{211} =$		w	w	w	s	s	s	$g(n) = 4, h = 1.5 \rightarrow f(n) = 5.5$
$n_{212} =$	w	w		w	s	s	s	$g(n) = 4, h = 0.5 \rightarrow f(n) = 4.5$
$n_{213} =$	w	w	w		s	s	s	$g(n) = 4, h = 0 \rightarrow f(n) = 4$
$n_{214} =$	w	s	w	w		s	s	$g(n) = 5, h = 2.5 \rightarrow f(n) = 7.5$

Der Knoten n_{213} ist ein Endknoten und da alle anderen Knoten in der Fringe eine höhere Bewertung als 4 besitzen, sind wir fertig. Im allgemeinen kann der Fall eintreten, dass in der Fringe noch Knoten mit geringeren Kosten als unseren gefundenen Zielkosten enthalten sind. In diesem Falle müssten diese weiter untersucht werden, da die Möglichkeit weiterhin besteht, dass ein günstigerer Weg existiert.

Aufgabe 2.2 Constraint Satisfaction Problem

Die Menge der Variablen ist $M = \{m_{ij} | i, j \in \{1, \ldots, 9\}\}$.

Alle Felder der Matrix dürfen nur die Zahlen von 1 bis 9 enthalten.
$domain(m_{11}) = domain(m_{12}) \ldots = domain(m_{19}) = domain(m_{21}) = \ldots = domain(m_{29}) = domain(m_{31}) = \ldots = domain(m_{99}) = \{1, \ldots, 9\}$

In jeder Zeile darf jede Zahl nur einmal vorkommen.
Für Zeile 1 :

$$\begin{array}{llll} m_{11} \neq m_{12}, & m_{11} \neq m_{13}, & \ldots, & m_{11} \neq m_{19}, \\ m_{12} \neq m_{13}, & m_{12} \neq m_{14}, & \ldots, & m_{12} \neq m_{19}, \\ \vdots & & & \\ m_{17} \neq m_{18}, & m_{17} \neq m_{19}, & & \\ m_{18} \neq m_{19} & & & \end{array}$$

Das heisst, alle Variablen einer Zeile müssen paarweise verschieden sein. Analog für Zeile 2-9 ...

In jeder Spalte darf jede Zahl nur einmal vorkommen.
Für Spalte 1 :

$$\begin{array}{llll} m_{11} \neq m_{21}, & m_{11} \neq m_{31}, & \ldots, & m_{11} \neq m_{91}, \\ m_{21} \neq m_{31}, & m_{21} \neq m_{41}, & \ldots, & m_{21} \neq m_{91}, \\ \vdots & & & \\ m_{71} \neq m_{81}, & m_{71} \neq m_{91}, & & \\ m_{81} \neq m_{91} & & & \end{array}$$

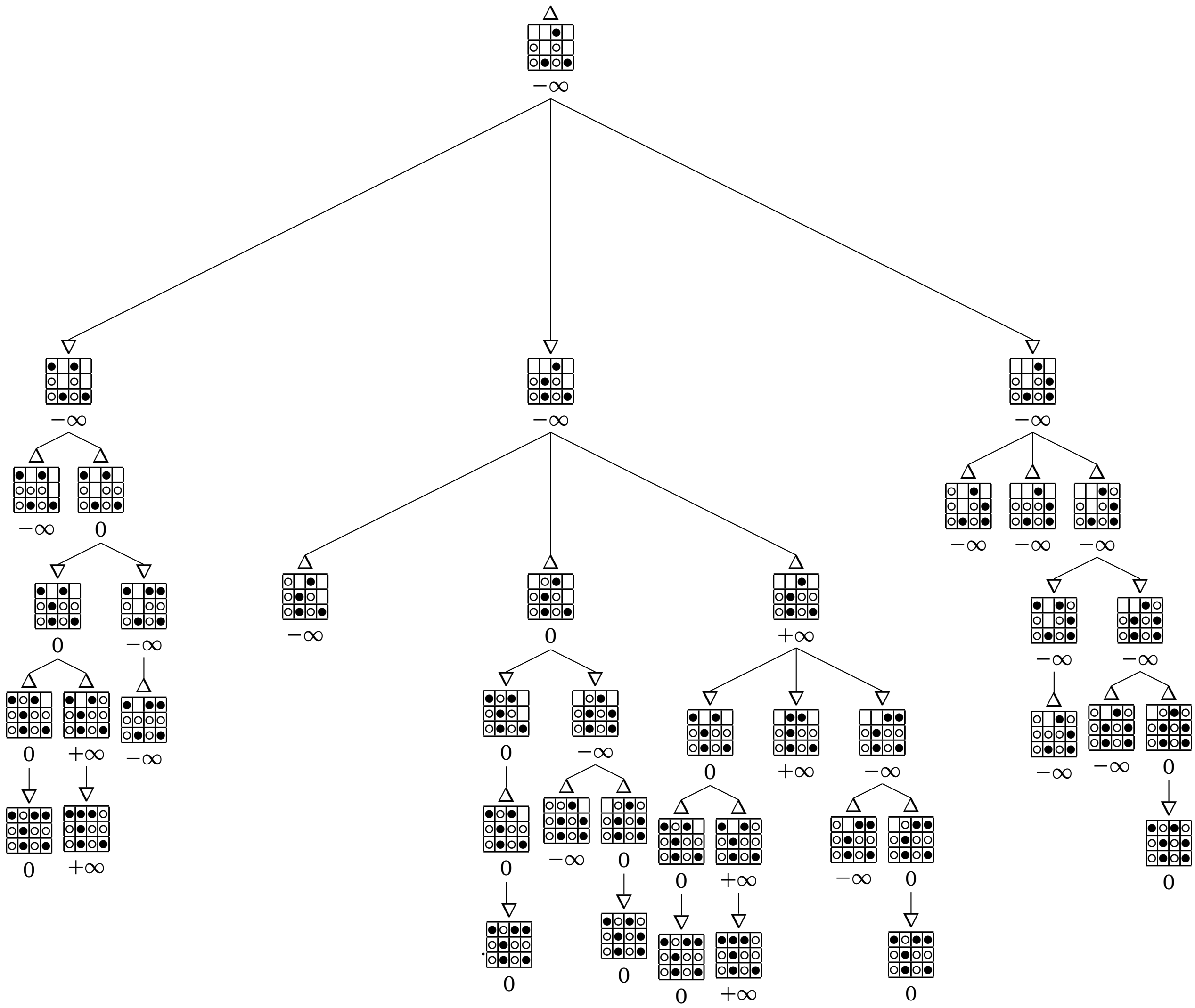
Analog für Spalte 2-9 ...

In jedem 3×3 Unterblock darf jede Zahl nur einmal vorkommen.
Für Block 1 : Es muss gelten, dass die Felder in Block 1 $(m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{21}, m_{22}, m_{23}, m_{31}, m_{32}, m_{33})$ wie oben paarweise verschieden sind. Analog für die weiteren Blöcke ...

Anfangsbelegung des Sudoku Rätsels zuweisen
$m_{11} = 9$, $m_{15} = 1$, $m_{16} = 6$, $m_{18} = 8$, $m_{23} = 2$,$m_{26} = 3$,...

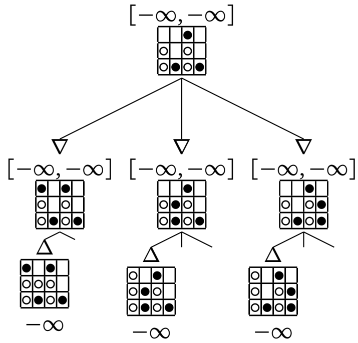
Aufgabe 2.3 minimax, alpha-beta

a)

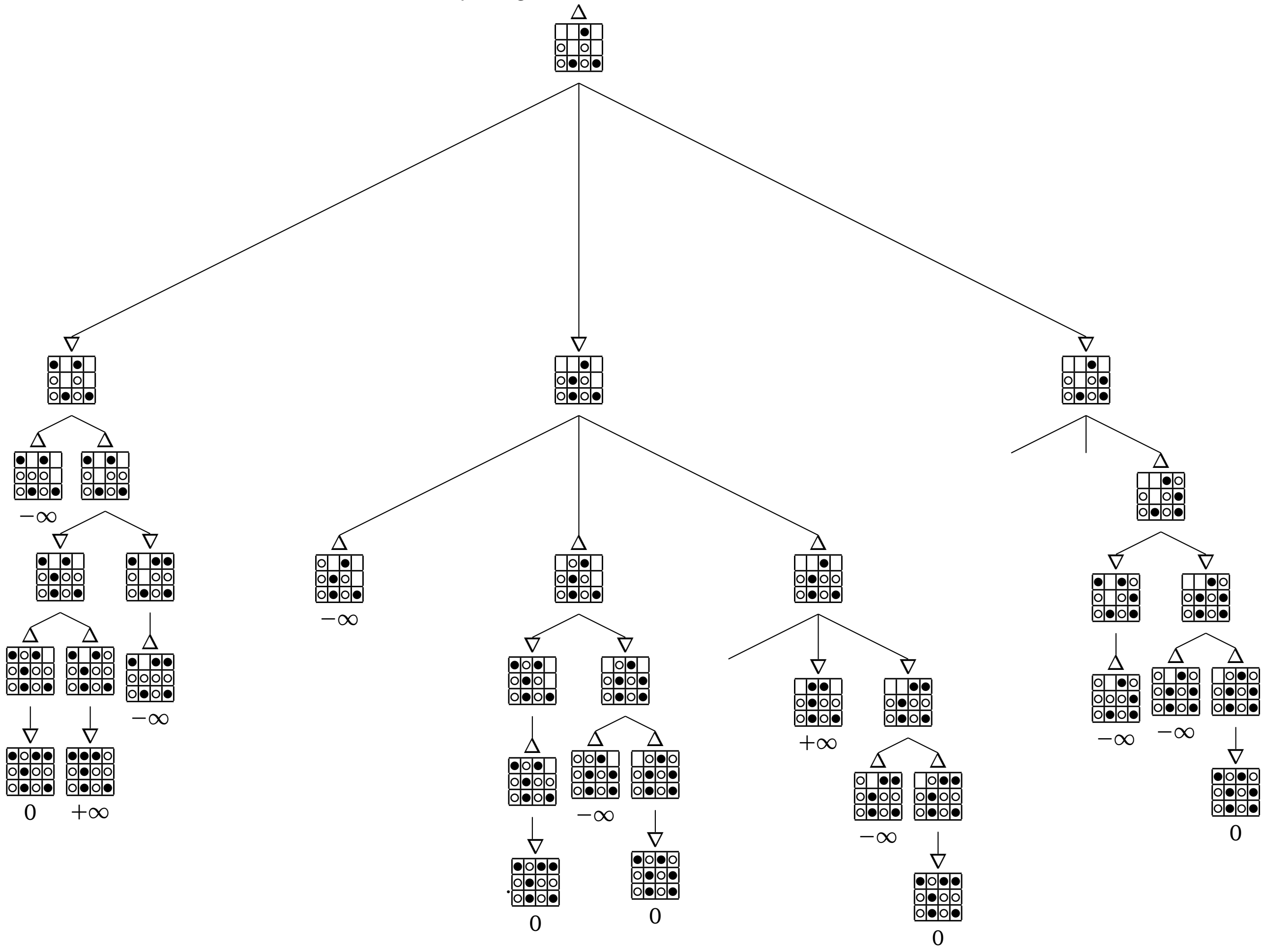


b) Der $\alpha\beta$-Pruning Algorithmus basiert auf Schranken, die in einer vorgegebenen Reihenfolge angenähert werden. Je schneller sich die Schranken dem optimalen Ergebnis annähern, desto mehr Pfade des Spielbaumes können geprunt werden. Die schnelle Annäherung der Schranken hängt offensichtlich von einer günstigen Reihenfolge der besuchten Blattknoten ab. Somit spielt die Expandierungsreihenfolge eine wesentliche Rolle für die Effizienz des Algorithmus. Auf den Folien 37 und 38 (Spiele: Suche mit Gegnern) ist einfaches Beispiel für diese Eigenschaft von $\alpha\beta$-Pruning zu finden.

c)



d) (hier ist nur der Suchbaum, d.h. ohne α und β dargestellt)



e)