

# Abstraktion über Texas Hold'em



# Poker als LP Problem

- Spielmatrix aus Erwartungswerten ermitteln
- Jeder Spieler hat Strategien
- Spieler A wählt Zeilen
- Spieler B wählt Spalten
- „pure strategies“
- „mixes strategies“

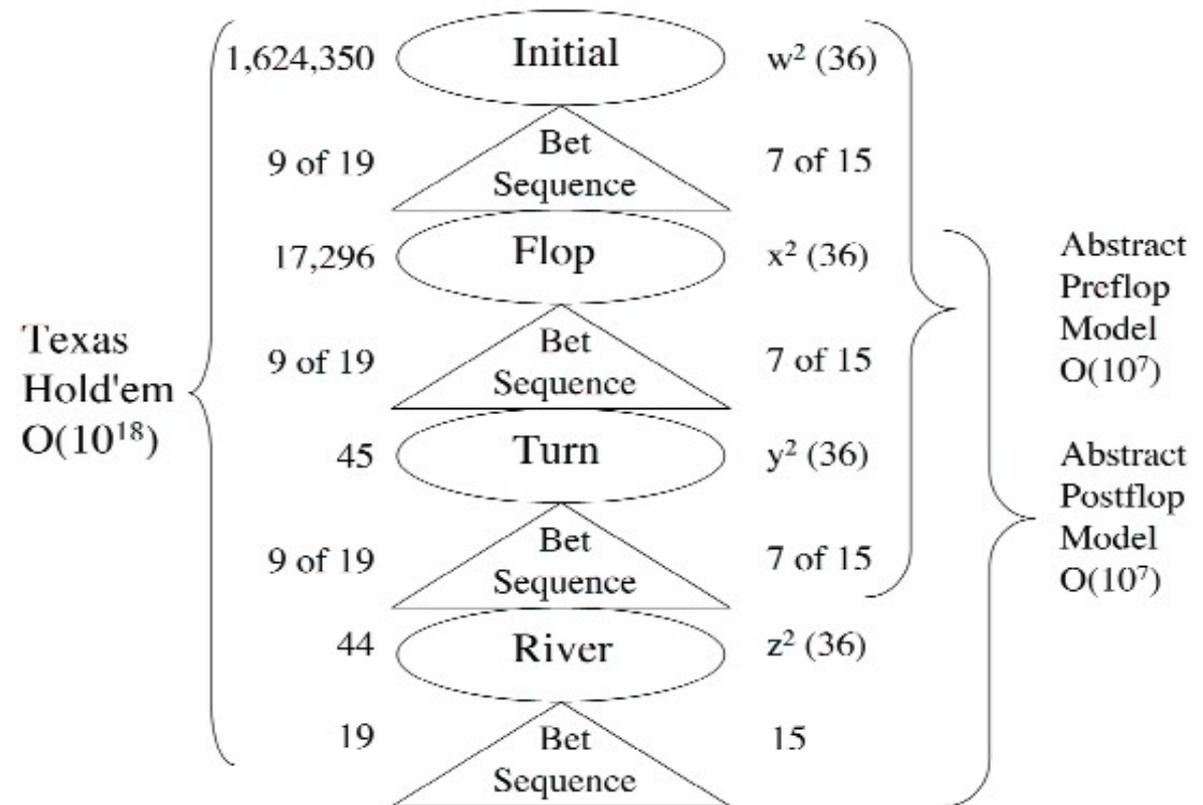
2	-1	1
-1	1	3

# Poker als LP Problem

- von Neumann beweist Minimax Theorem
- Optimales Spielen maximiert den minimalen Gewinn.
- Was sind die Erwartungswerte beim Poker?

# Abstraktion

- Ziel ist Spielbaum verkleinern
- Optimale Strategien durch lineare programming
- Komplexität  $10^{18}$
- Handhabbar ist  $10^7$



# Äquivalenzen

- Suit Äquivalenzen - nur Faktor 4!
- Rank Äquivalenzen - zu selten
- Blattreduktion - zu grob
  - Experimente mit acht und 24 Karten
  - große Unterschiede zum Original

# Wettrunden reduzieren

- Aufzählung der Möglichkeiten:

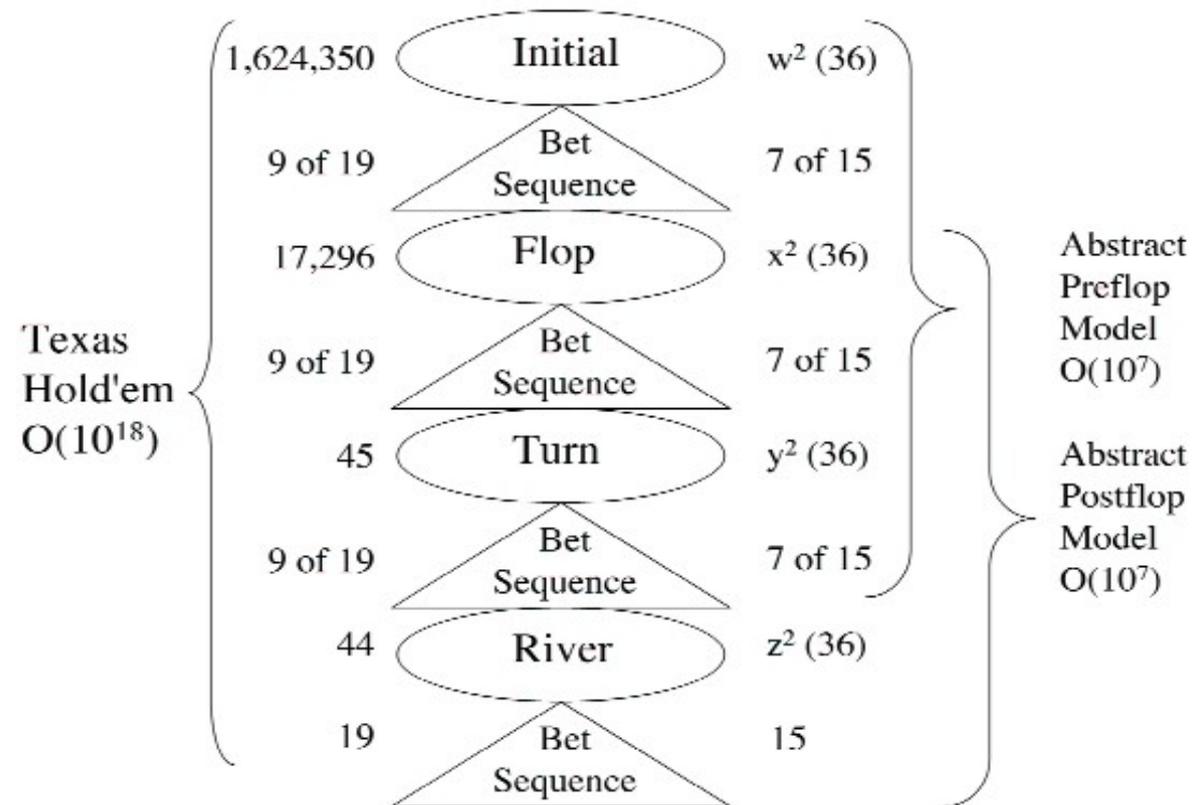
f kk kbf kbc kbrf kbrc  
kf bf bc brf brc

kbrf kbrc kbrrf kbrrc  
brf brrc brrrf brrrc

- Reduktion um  $10^{11}$  möglich

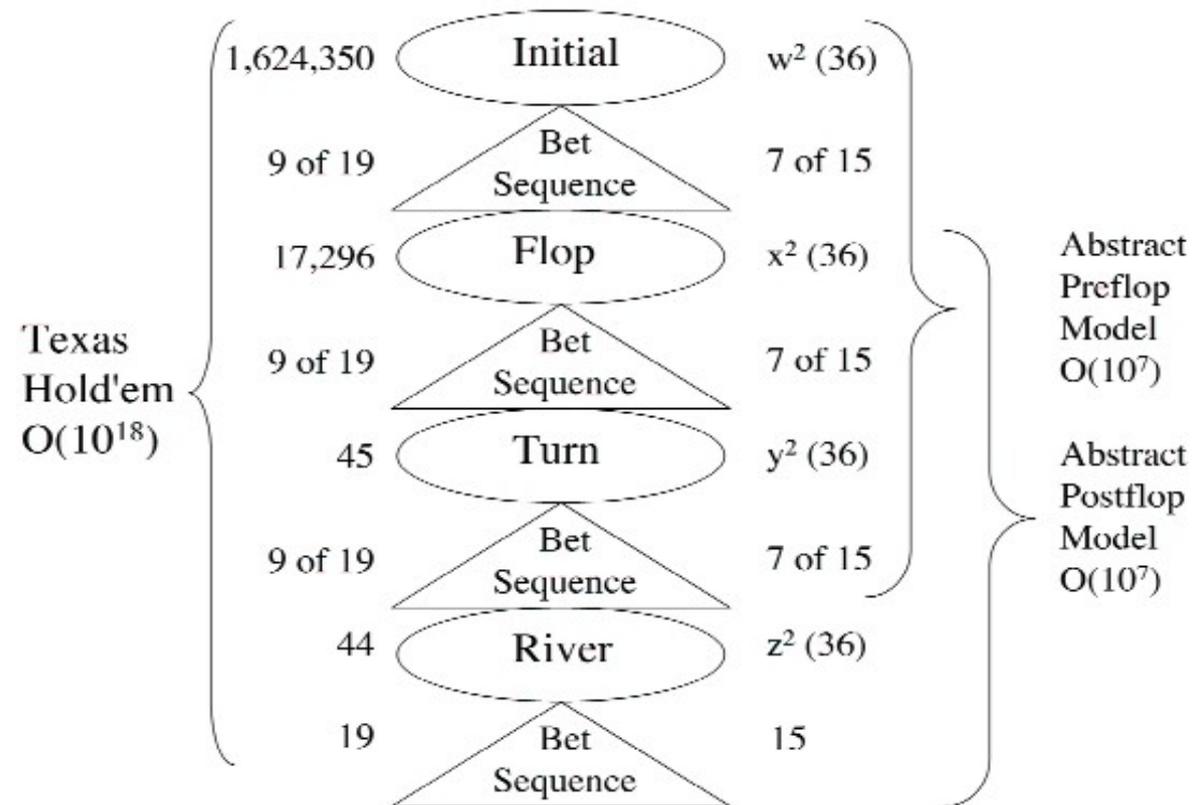
# Ohne river / ohne flop

- Preflop Modelle ohne river
- Nur eine Runde (Alex Selby)
- keine Taktik für spätere Runden



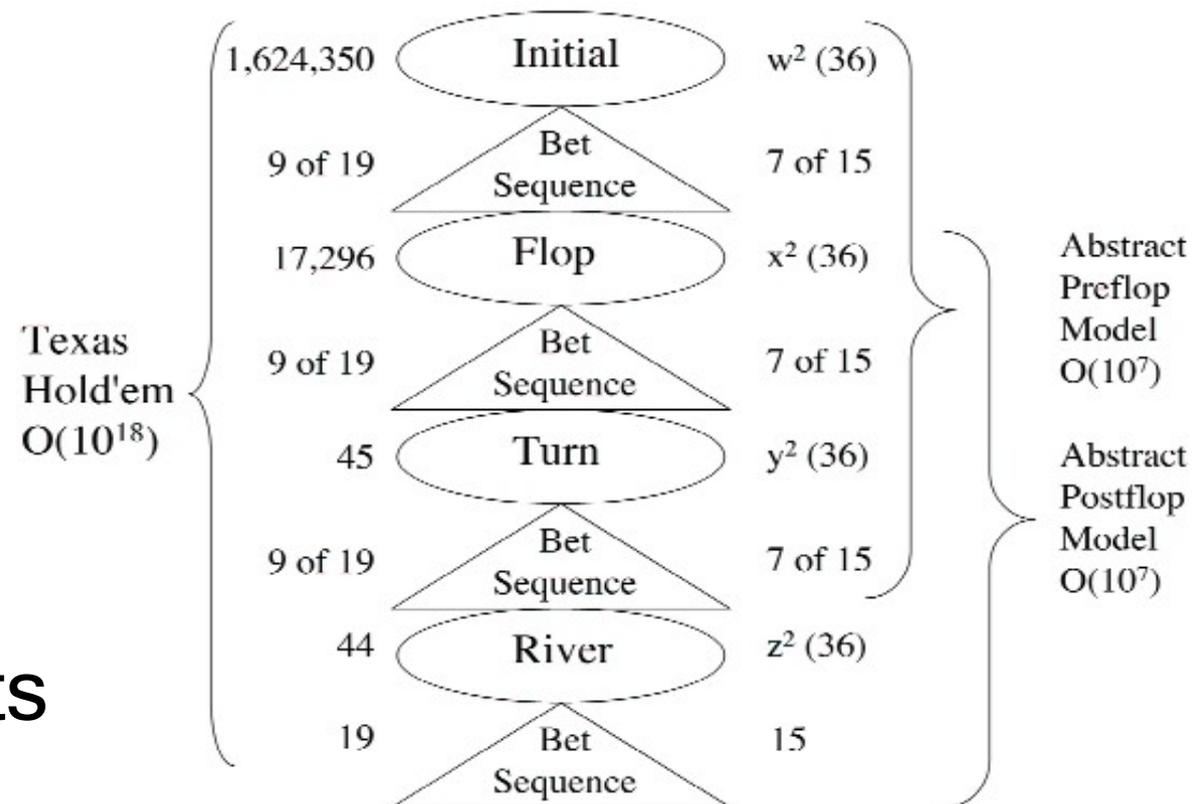
# Ohne preflop

- Postflop Modelle
- Startbedingungen?



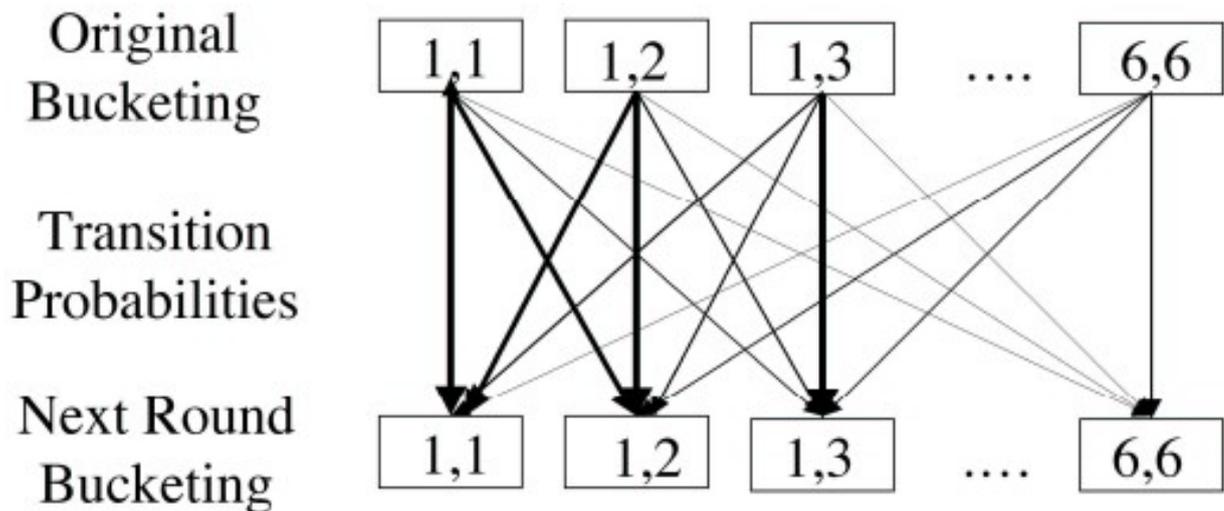
# Abstraktion über Strategien

- Strategisch ähnliche Blätter zusammenfassen
- Mehrdimensionale Betrachtung
- Hier: Stärke (EV) und Potential
- Hände sind Punkte in der Ebene
- Clustering in buckets



# Abstraktion über Strategien

- Jeder Spieler bekommt  $n$  Buckets zugeteilt
- Ein Bucket für Bluffen
- Übergänge?



# Bots

- psOpti0
  - dreistufiges postflop Modell
  - benutzt Gleichverteilung für prior
  - immer call-Regel in preflop
- psOpti1
  - wie psOpti0
  - vier postflop Modelle für Potsizes
  - spielt preflop mit Selbys Einrundenmodell
- schlägt alle Bots
- besteht lange gegen Weltklassespieler

# Bots

- psOpti2
  - sieben dreistufige postflop Modelle für bets
  - benutzt handgefertigtes preflop Modell
  - preflop Modell ist dreistufig - bucketing
- Taktikfehler in preflop Modell
- wird von psOpti1 geschlagen

# Ohne Vorwissen

- GameShrink kann Spielbaum vereinfachen
- Variable durch Threshold
- Benutzt Ähnlichkeiten von Spielinstanzen

# Definition: Ähnlichkeit

- Zwei Hände sind ähnlich, wenn:
- Abstand der erwarteten Erfolge klein
- Abstand der erwarteten Misserfolge klein
- $|w_1 - w_2| + |l_1 - l_2| < \text{threshold}$
- Definition ähnlich Bucketing

# Datenbanken für preflop und flop

## Für GameShrink:

- Flop Hand -> Durchschnitt über wins & losses
  - 25 989 699 Einträge
- Hand -> Ranking
  - 133 784 560 Einträge

## Für LP:

- Flop -> Erwartungswert
  - $1.4 * 10^{10}$

# Strategie für turn & river

- Keine komplette Berechnung
- Beurteile entstandene Situation
- Wieder zwei Teile:
  - Modell mit GameShrink vereinfachen
  - LP Lösung mit Priors
- Ws. mit Bayes approximieren

# Modell vereinfachen

- Wetten beeinflussen nicht spätere Strategie
- Suit Reduktion
- Definierte Abstraktion für turn und river
  - Suche threshold mit binärer Suche
  - Berechne Abstraktion getrennt
- Berechne alle 135 408 Abstraktionen

# Strategie berechnen

- $$\Pr[\theta_i | h, s_i] = \frac{\Pr[h | \theta_i, s_i] \Pr[\theta_i]}{\Pr[h | s_i]} = \frac{\Pr[h | \theta_i, s_i] \Pr[\theta_i]}{\sum_{\theta'_i \in \Theta} \Pr[h | \theta'_i, s_i]}$$
- Echtzeitberechnung liefert immer EIN Ergebnis
  - zu langsam: nimm was du kriegst
  - schneller: Vorberechnung späterer Runden

# Fazit

- Alle vorgestellten Bots stark gegen Bots
- psOpti1 besteht lange in Weltklasse
- Abstraktion nicht nur für Heads up brauchbar

## **ABER:**

- $> 6$  Spieler  $\rightarrow$   $< 2$  Buckets praktikabel

**Vielen Dank**

<http://mathworld.wolfram.com/MinimaxTheorem.html>

<http://www.cs.princeton.edu/~wayne/teaching/lp-ellipsoid.pdf>

<http://www.defined.de/studium/lp/lp.pdf>

<http://www.cs.cmu.edu/~lewicki/15-780/lectures>